



EXPLORANDO A OTIMIZAÇÃO DE ÁREAS E VOLUMES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM A CONSTRUÇÃO DE MODELOS FÍSICOS E A LINGUAGEM PYTHON

Rodnil da Silva Moreira Lisbôa¹

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado – FECAP

João Francisco Trencher Martins²

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado – FECAP

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta didática baseada na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), com foco na otimização de áreas superficiais em sólidos geométricos com volumes fixos. Aplicada a turmas do ensino médio, a atividade foi dividida em dois momentos. Inicialmente, os estudantes construíram recipientes físicos com papel e fita crepe, utilizando raciocínio algébrico para atingir a capacidade exata de 1 litro. Posteriormente, com o apoio do professor, realizaram simulações computacionais com a linguagem Python, utilizando as bibliotecas NumPy e Matplotlib para comparar graficamente as áreas superficiais de cubo, cilindro e cone. O problema foi contextualizado com o estudo de embalagens reais, como latas de refrigerante de 350 mL. Os resultados indicaram que o cilindro é mais eficiente que o cubo em determinado intervalo de raio, e que, em muitos casos, supera também o cone. A proposta integrou modelagem física e matemática, programação, análise gráfica e validação por cálculo manual. O uso de plataformas como Google Colab e ferramentas de inteligência artificial ampliou a autonomia dos estudantes e favoreceu o protagonismo. A atividade evidenciou o potencial do ensino de Matemática baseado em investigação, interdisciplinaridade e resolução de problemas com apoio de tecnologias digitais.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Volume e Área; Modelagem Matemática; Python; Educação Ativa.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe uma atividade didática que combina construção prática de modelos geométricos com simulação computacional, tendo base nos pressupostos da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Trata-se de uma abordagem centrada no aluno, que visa desenvolver pensamento crítico por meio da resolução de problemas contextualizados. Segundo Bezerra e Santos (2023, p.3): “A ABP é uma maneira de fazer interagir o estudante em um processo de aprendizagem baseado em situações semelhantes

¹Licenciado em Física (FOC) e em Ciências da Natureza (USP). Mestre em Ensino de Física, especialista em História e Ensino das Ciências e mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (UFABC). Professor do ensino básico e superior na FECAP, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: rodnil.silva@fecap.br

²Licenciado em Química (FOC), especialista em Prática Docente do Professor Universitário, mestre e doutor em Ciências com ênfase em Física Nuclear (USP), com estágio doutoral na Alemanha. Professor do ensino básico e superior na FECAP, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: joao.trencher@fecap.br

às da vida real, nas quais há possibilidade de integrar os conhecimentos das diferentes disciplinas.", o que promove o protagonismo estudantil no processo de construção do conhecimento. Ainda sobre a ABP, Januário e Silva-Salse (2021) afirmam:

A ABP consiste na apresentação de uma situação aos estudantes, que por sua vez, leva a um problema a ser resolvido por eles. Isso lhes permite adquirir, durante a busca pela solução destes problemas, novos conhecimentos e desenvolver novas habilidades durante o processo. (Januário; Silva-Salse, 2021, p. 5).

Essa perspectiva reforça a relevância da proposta apresentada neste trabalho, uma vez que, ao envolver os alunos em uma situação-problema realista, estimula-se não apenas o raciocínio lógico e a autonomia, mas também a cooperação e a tomada de decisões fundamentadas. Entretanto, o ensino de Geometria Espacial ainda é, com frequência, restrito à aplicação mecânica de fórmulas em contextos pouco significativos. Diante disso, propõe-se aqui uma abordagem investigativa, na qual os estudantes são convidados a explorar os conceitos de volume e área superficial por meio de desafios contextualizados, articulando prática concreta e ferramentas computacionais. Para isso, os alunos enfrentaram dois desafios principais: (1) construir, com papel sulfite e fita crepe, um recipiente com capacidade exata para 1 litro, sem qualquer orientação sobre qual seria o formato mais eficiente — modelos que, em seguida, foram testados com bolinhas de isopor; e (2) analisar, a partir de simulações gráficas criadas com a linguagem Python, qual sólido geométrico apresenta menor área superficial para volumes fixos, considerando também casos reais, como o de uma lata de refrigerante de 350 mL.

Durante essa etapa, os estudantes experimentaram diferentes valores de volume no simulador, observando o comportamento das curvas geradas para cada formato. Na Figura 1, é possível observar o registro visual da primeira etapa da atividade.



Figura 1 – Estudantes realizando a atividade propósta

2. O USO DA PROGRAMAÇÃO NO ENSINO BÁSICO

A integração da linguagem de programação ao ensino de Matemática tem ganhado cada vez mais destaque em diferentes níveis educacionais, especialmente na Educação Básica. Utilizar o Python — uma linguagem acessível, de fácil aprendizado e amplamente empregada em contextos científicos — permite que os estudantes visualizem, de forma concreta, conceitos matemáticos abstratos. Essa acessibilidade é potencializada pelo uso de bibliotecas especializadas, como o NumPy, que simplifica operações matemáticas com arrays e vetores, e o Matplotlib, voltado à construção de gráficos e visualizações.

Essas ferramentas tornam a experiência de programar mais intuitiva para iniciantes e ampliam as possibilidades de simular situações reais no ambiente escolar. Como ilustrado na Figura 2, o Python e a biblioteca Matplotlib podem ser empregados de maneira simples e eficaz para a criação de representações gráficas, favorecendo a compreensão e a análise visual de funções matemáticas.

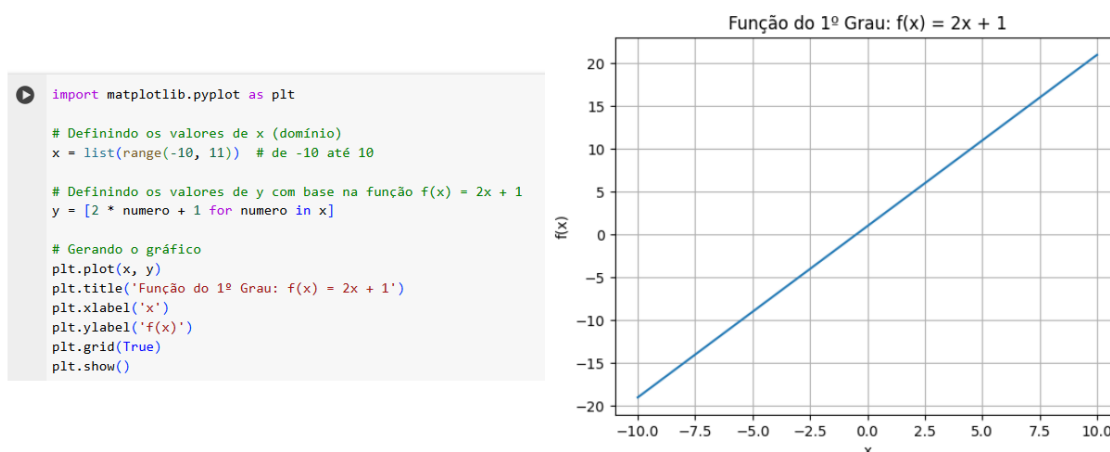


Figura 2 – Exemplo de gráfico de função linear criado com Python e Matplotlib

A literatura especializada reconhece o potencial pedagógico do uso da linguagem Python em sala de aula. Pesente (2019) destaca, com base em um experimento que envolveu o ensino de matemática por meio dessa linguagem, que sua aplicação pode tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico e significativo. De forma semelhante, ao aplicar uma atividade envolvendo Python a um grupo de alunos, Souto e Lopes (2023, p. 10) afirmaram: “Verificamos que a maioria da turma pesquisada acolheu muito bem as tecnologias apresentadas e até despertou um maior interesse em conhecer profundamente esta linguagem [...]”. Essa perspectiva também é compartilhada por Marcondes (2018), que resalta o valor do Python no ensino, especialmente por favorecer a resolução de problemas por meio da simulação e da visualização gráfica — elementos fundamentais na construção do raciocínio matemático e na motivação dos estudantes. Nesse contexto, o uso de ambientes acessíveis, como o Google Colab — ferramenta online que permite

executar códigos em Python diretamente na nuvem —, e de inteligências artificiais generativas, amplia significativamente as possibilidades pedagógicas da linguagem. Durante a atividade, os estudantes utilizaram esses recursos para executar, interpretar e adaptar o código fornecido, assumindo um papel ativo na investigação matemática e na tomada de decisões fundamentadas.

3. RELATO DA EXPERIÊNCIA

A proposta foi realizada com alunos da 2ª série do ensino médio, teve duração de 100 minutos e foi dividida em dois momentos principais. Nos primeiros 50 minutos, os estudantes foram desafiados a construir, utilizando papel sulfite e fita crepe, um recipiente com capacidade exata para 1 litro de bolinhas de isopor. Não foi indicado qual seria o formato geométrico mais adequado, de modo que os grupos puderam escolher livremente e descobrir, por conta própria, as dimensões necessárias. Foi permitida uma margem de erro de 0,5 cm para mais ou para menos. A maioria dos grupos optou por construir cubos, embora alguns tenham escolhido cilindros, e um grupo tenha construído um cone. A maioria dos grupos conseguiu atingir o objetivo proposto, o que gerou entusiasmo e uma forte sensação de realização. Na Figura 3, é possível verificar alguns modelos construídos pelos estudantes.



Figura 3 – Gráfico de Otimização para uma Lata de Refrigerante Padrão (volume 350 ml)

Na segunda metade da aula, também com 50 minutos de duração, os alunos, com a mediação do professor, iniciaram uma investigação orientada sobre outros formatos geométricos, especialmente cilindros e cones. Uma discussão inicial foi proposta: por que, geralmente, as latas de supermercado possuem formato cilíndrico? A partir desse questionamento, os estudantes foram orientados a desenvolver um programa em Python para investigar, para um volume fixo de 350 cm³ (volume médio de uma lata de

refrigerante), qual formato — cilindro ou cone — seria mais vantajoso em termos de eficiência de material.

Para isso, foi permitido o uso de inteligências artificiais generativas como ferramenta de apoio. Em todos os códigos produzidos pelos grupos, as bibliotecas NumPy e Matplotlib estiveram presentes, sendo utilizadas para realizar cálculos com vetores e gerar gráficos. Cabe ressaltar que essa atividade ocorreu em um colégio onde aulas *maker* estão incorporadas à grade curricular desde o primeiro ano do ensino médio, e onde todos os alunos têm contato com programação desde a primeira semana de aula. Embora isso não signifique que todos saibam programar plenamente, os estudantes demonstram habilidade em interpretar códigos prontos e executá-los em ambientes de simulação.

O ambiente utilizado para rodar os códigos em Python foi o Google Colab. A tarefa dos alunos consistiu em conferir se as fórmulas utilizadas pelo programa correspondiam ao que haviam aprendido em sala e, posteriormente, realizar os cálculos de eficiência manualmente, comparando-os com os resultados obtidos computacionalmente. Os estudantes também foram orientados a variar o volume no código e analisar como o gráfico se modifica. O gráfico gerado revelou que o cilindro apresenta maior eficiência do que o cubo dentro de uma faixa ótima de raio. A contextualização com latas de refrigerante tornou a discussão mais significativa, permitindo que os alunos percebessem a aplicação concreta dos conceitos abordados.

Na Figura 4, é possível visualizar um dos códigos utilizados e o gráfico resultante, com destaque para o ponto de menor área superficial encontrado na curva.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Volume fixo em cm³
V = 350

# Raio variando de 1 a 10 cm para cilindro
r_values = np.linspace(1, 10, 100)
h_cilindro = V / (np.pi * r_values**2)
area_cilindro = 2 * np.pi * r_values * h_cilindro + 2 * np.pi * r_values**2

# Raio variando para cone
h_cone = V / ((1/3) * np.pi * r_values**2)
geratriz = np.sqrt(r_values**2 + h_cone**2)
area_cone = np.pi * r_values * geratriz + np.pi * r_values**2

# Área de um cubo de 10 cm de lado
lado_cubo = V**(1/3)
area_cubo = 6 * lado_cubo**2

# Plot
plt.plot(r_values, area_cilindro, label='Cilindro')
plt.plot(r_values, area_cone, label='Cone')
plt.axhline(y=area_cubo, color='gray', linestyle='--', label='Cubo (constante)')
plt.xlabel('Raio da base (cm)')
plt.ylabel('Área superficial (cm²)')
plt.title('Comparação de Área Superficial para Volume de 1 litro')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```



Figura 4 – Gráfico de Otimização para uma Lata de Refrigerante Padrão (volume 350 ml)

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Desde o início da atividade, os alunos demonstraram grande envolvimento com o desafio proposto. A construção dos modelos físicos gerou entusiasmo e cooperação entre os integrantes de cada grupo. No entanto, rapidamente surgiram as primeiras dificuldades: muitos estudantes perceberam que, embora o cubo fosse uma escolha inicial “segura”, outros formatos poderiam apresentar vantagens, especialmente em termos de economia de material. Os grupos que optaram por explorar cilindros ou cones enfrentaram desafios técnicos importantes, como a definição das dimensões corretas a partir de um volume fixo e a montagem das formas com papel e fita crepe. O cone, em particular, gerou dúvidas quanto à fórmula de volume e à dificuldade prática de recortar e montar o modelo. Apesar disso, todos os grupos conseguiram chegar às dimensões adequadas por meio de cálculos manuais e raciocínio algébrico, trabalhando equações com as variáveis de altura e raio para ajustar os modelos ao volume de 1 litro. Esse processo fortaleceu a ideia de que os conteúdos de Álgebra e Geometria Espacial não são isolados, mas complementares e aplicáveis a situações reais. Ao perceberem que a resolução do problema exigia manipulação de fórmulas, substituição de variáveis e pensamento estratégico, os estudantes passaram a atribuir maior significado aos conceitos normalmente vistos de forma fragmentada. A etapa de simulação computacional, realizada em seguida, permitiu validar ou refinar as conclusões obtidas na construção física. Com o uso da linguagem Python, os estudantes puderam representar graficamente o comportamento da área superficial em função do raio, mantendo o volume constante. A visualização da curva, com seu ponto de mínimo bem definido, evidenciou que o cilindro, para certos valores de raio, é mais eficiente em termos de uso de material do que o cubo e o cone. Esse resultado instigou reflexões sobre o motivo pelo qual latas de refrigerante adotam, quase sempre, o formato cilíndrico. A partir disso, a discussão avançou para temas como design de embalagens, redução de custos industriais e sustentabilidade ambiental. Os alunos começaram a associar decisões geométricas com impactos práticos na produção em larga escala, como economia de alumínio e facilidade de empilhamento.

Além da análise geométrica, a atividade desenvolveu competências ligadas à análise de dados, modelagem matemática e pensamento computacional. O fato de os estudantes utilizarem inteligências artificiais como apoio e conseguirem interpretar códigos reforçou a ideia de que saber “ler código” é tão importante quanto escrevê-lo do zero no contexto educacional atual. Os estudantes receberam como tarefa adicional verificar manualmente, através de cálculos, se o valor da área superficial realmente era menor em um cilindro do que em um cone, para determinado volume fixo. Assim, a

comparação entre os cálculos manuais e os dados fornecidos pela simulação ampliou a compreensão conceitual e fortaleceu a confiança dos estudantes em sua capacidade de resolver problemas complexos.

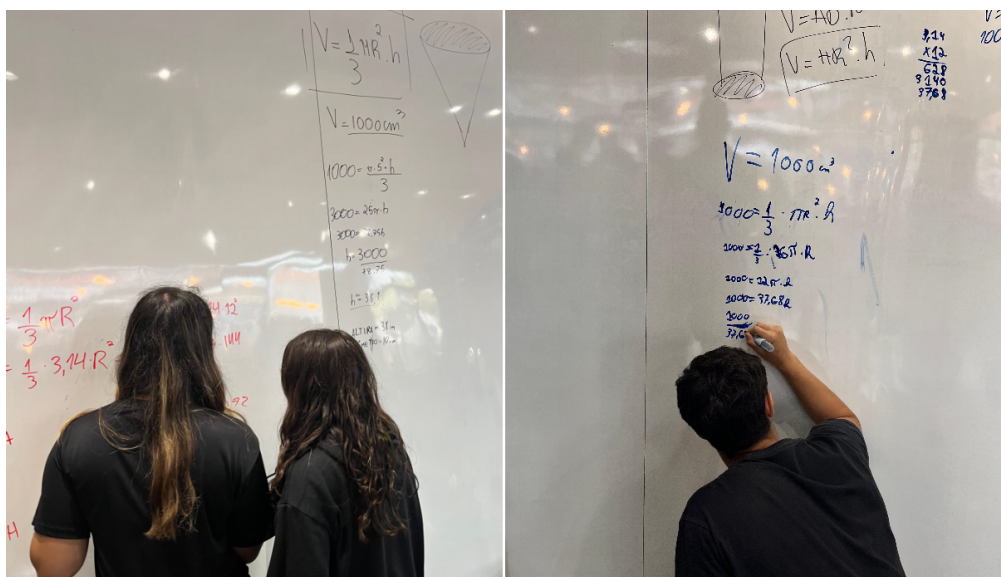


Figura 5 – Registro dos estudantes resolvendo cálculos da atividade

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade investigativa aqui relatada demonstra o potencial de propostas que integram construção prática, modelagem matemática e programação no ensino da matemática. Ao partir de uma situação-problema realista e tangível, os estudantes foram levados a refletir, calcular, testar e comparar soluções por diferentes vias — manual e computacional. Esse processo evidenciou a importância de articular diferentes áreas do conhecimento matemático, como Álgebra e Geometria, e de aplicar essas competências em contextos significativos. Mais do que obter a resposta certa, os alunos vivenciaram um percurso investigativo, onde a exploração, a dúvida e a tomada de decisões fizeram parte da aprendizagem. A análise da eficiência dos sólidos, ancorada tanto em modelos físicos quanto em simulações computacionais, aproximou os conteúdos escolares da realidade industrial e tecnológica, mostrando como a Matemática está presente em decisões que envolvem economia de recursos, design e sustentabilidade.

O uso de ferramentas como Python e plataformas acessíveis, como o Google Colab e assistentes de IA, contribuiu para tornar a abstração matemática mais concreta e visual. Isso não apenas aumentou o engajamento dos alunos, mas também os colocou em posição ativa diante do conhecimento, promovendo a autonomia e o pensamento crítico. Por fim, a atividade reafirma o valor de propostas que rompem com a fragmentação dos conteúdos e colocam o estudante no centro do processo de aprendizagem, em consonância

com os princípios da ABP e das metodologias ativas. Trata-se de um caminho promissor para tornar o ensino da Matemática mais dinâmico, integrado, contextualizado e alinhado às competências do século XXI.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado (FECAP) pelo apoio institucional para o desenvolvimento das atividades relatadas.

7. REFERÊNCIAS

BEZERRA, N. J. F.; SANTOS, R. A. Aprendizagem baseada em problemas (ABP) como estratégia para a organização do trabalho docente em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM, 11., 2023, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: SBEM, 2023.

JANUÁRIO, A. A. R.; SILVA-SALSE, A. R. Utilização da aprendizagem baseada em problemas (ABP) para o desenvolvimento do pensamento crítico (PC) em Matemática: uma revisão teórica. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), v. 5, n. 11, p. 1–21, 2021. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/3741>. Acesso em: 20 abr. 2025.

MARCONDES, G. A. B. **Matemática com Python – Um guia prático**. São Paulo: [s.n.], 2018.

PESENTE, G. M. **O ensino de matemática por meio da linguagem de programação Python**. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2019.

SOUTO, A. M. S.; LOPES, L. S. Utilização de Python para elaboração de algoritmos e o aprendizado de programação nas aulas de matemática. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 31, n. 2, 2023. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/100122>. Acesso em: 12 abr. 2025.