O DESENVOLVIMENTO DA CONCEPÇÃO DE DEMONSTRAÇÃO NO ENSINO DE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Mariana de Castro Santos[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP – SPO

Valéria Ostete Jannis Luchetta[2]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP – SPO

Resumo
Este artigo é resultado de um projeto de iniciação científica e propõe uma reflexão sobre o desenvolvimento do raciocínio dedutivo e indutivo no contexto do ensino de matemática, com foco especial na área de Álgebra e Aritmética. A discussão é embasada nas ideias de George Pólya, notável matemático cujas contribuições à pedagogia matemática são fundamentais até os dias atuais. A pesquisa aborda a lacuna existente entre o desejo de promover a autonomia e o raciocínio lógico nos alunos e a prática educacional real, comentando sobre as dificuldades dos estudantes no desenvolvimento do raciocínio dedutivo, especialmente na transição entre o ensino básico e o superior. Além disso, são analisados os exercícios e as atividades propostas pelos livros didáticos aprovados pelo PNLD de 2021 que abordam os conteúdos de binômio de Newton. Por fim, as atividades encontradas foram reformuladas a fim de que pudessem estimular o desenvolvimento do raciocínio indutivo na educação básica de acordo com o que foi encontrado na pesquisa bibliográfica.
Palavras-chave: Álgebra; Aritmética; Demonstração; Raciocínio indutivo; Educação Básica.

1. INTRODUÇÃO

Durante a formação no curso de licenciatura em matemática no IFSP (Instituto Federal de São Paulo) - Campus São Paulo, foram estudadas técnicas de demonstrações matemáticas, as quais se mostraram ferramentas essenciais no estudo de teoremas e proposições, o que foi algo significativo e promoveu uma mudança no olhar sobre a disciplina de matemática da educação básica. Contudo, ao relembrar o ensino fundamental e o ensino médio, percebe-se que pouco foi falado a respeito desse tema, o que é algo a princípio incoerente, uma vez que a prova ou a demonstração é o “[...]

[1]Licencianda em Matemática no IFSP - Campus São Paulo, SP, Brasil. E-mail: mariana.castro@aluno.ifsp.edu.br

[2]Doutora em Educação Matemática pela UNESP - Campus Rio Claro. Professora EBTT e professora permanente do Programa de Pós-Graduação do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFSP – Campus São Paulo, SP, Brasil. E-mail: valeria@ifsp.edu.br

elemento central no desenvolvimento do que se conhece por matemática [...]" (Garnica, 1995, p. 11). Então, de repente, são apresentadas as demonstrações formais matemáticas aos licenciandos.

Desta forma, é contraditório que o processo lógico que fundamenta toda a matemática não tenha sido apresentado e explorado durante a educação básica. Isso, por sua vez, leva, muitas vezes, ao conversar com leigos, a perceber uma postura de aversão à matemática devido à sua suposta característica mecânica de mera aplicação de fórmulas e regras que não fazem sentido.

Por outro lado, no ambiente acadêmico, a matemática é apresentada como uma ciência lógica e racional baseada num processo argumentativo lógico-dedutivo. A partir do momento em que foi percebida essa contradição, houve o questionamento das causas desse distanciamento entre a matemática acadêmica e o que é ensinado na educação básica.

2. JUSTIFICATIVA

Segundo Nasser e Tinoco (2003), apesar do desenvolvimento do raciocínio lógico ser um objetivo presente no programa de quase todos os professores de matemática, os estudantes passam pela escola sem serem expostos a exercícios que desenvolvam essa habilidade. Além disso, a competência específica 5 da área de matemática e suas tecnologias da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) defende que os estudantes "[...] devem formular conjecturas, refutá-las ou validá-las e comunicar com precisão suas conclusões." (Brasil, 2018, p. 532). Desse modo, embora exista o desejo comum na educação de explorar a construção da autonomia e do pensamento crítico no aluno, isso não é posto em prática e "[...] a maioria dos alunos não está aprendendo a pensar e raciocinar [...]" (Nasser; Tinoco, 2003, p. 1). Ainda, de acordo com Freitas (2011), compreender uma demonstração desenvolve a autonomia e o senso crítico no aluno, atitudes essenciais na formação de um cidadão.

Decidiu-se por direcionar o estudo em relação ao ensino de binômio de Newton, pelo fato de uma das autoras acompanhar as aulas do 4°ano do ensino médio na própria instituição do IFSP-SPO durante o Programa de Residência Pedagógica e visto que foram percebidas diversas dificuldades em relação a esse conteúdo.

2.1 Objetivos

O objetivo geral é refletir e discutir sobre como o raciocínio indutivo e dedutivo podem ser desenvolvidos nos problemas de Aritmética e Álgebra na educação básica, com enfoque no binômio de Newton. Em relação aos objetivos específicos, deseja-se definir o que são os raciocínios indutivo e dedutivo; debater a importância e os impactos deles na educação básica e elaborar atividades que estimulem essas habilidades inspirando-se nos materiais didáticos aprovados pelo PNLD (Programa Nacional do Livro e do Material Didático) de 2021.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1. Referencial teórico

O livro *Mathematics and Plausible Reasoning, Volume 1: Induction and Analysis in Mathematics* de George Pólya, publicado pela primeira vez em 1954, será usado como principal referencial teórico nesta pesquisa. A obra discorre sobre como a demonstração matemática é interdependente de uma boa argumentação plausível, isto é, uma suposição coerente com as evidências observadas (Pólya, 2014). Por meio da análise de exemplos de descobertas matemáticas, o autor húngaro se propõe a mostrar o uso eficiente da chamada argumentação plausível.

Segundo Pólya (2014), as evidências indutivas do processo de investigação matemática têm papel semelhante ao das pesquisas nas áreas das ciências naturais. Além disso, o autor defende que a matemática é a área de estudo mais apropriada para o aprendizado do raciocínio indutivo, ainda que esta seja reconhecida, principalmente, como uma ciência demonstrativa, esse é apenas um dos seus aspectos. O estudioso húngaro ressalta que anteriormente à formalização da matemática, há o raciocínio plausível, o qual se dá por suposições consistentes com os processos de observação de casos e conjuntos particulares, sendo possível conceber analogias, generalizações e particularizações (Pólya, 2014). Mais especificamente sobre as diferenças entre o raciocínio demonstrativo e dedutivo e o papel de cada um na matemática, Pólya comenta:

> Nós asseguramos nosso conhecimento matemático por meio do raciocínio demonstrativo, mas fundamentamos nossas conjecturas pelo raciocínio plausível. Uma prova matemática é um *raciocínio demonstrativo* [...]. O raciocínio demonstrativo é seguro, livre de controvérsias e definitivo. O raciocínio plausível é provisório, controverso e arriscado. O raciocínio demonstrativo se insere na ciência tanto quanto a matemática o faz, mas é, em si (assim como a matemática), incapaz de produzir essencialmente novos conhecimentos sobre o mundo à nossa volta. [...] O raciocínio demonstrativo tem padrões rígidos, codificados e esclarecidos pela lógica (lógica formal ou demonstrativa), a qual é a teoria do raciocínio demonstrativo. Os padrões do raciocínio plausível são fluidos [...] (Pólya, 2014, p. v, tradução própria).

Dessa maneira, é possível começar a compreender como o raciocínio demonstrativo e o plausível se complementam, embora apresentem diferenças centrais em suas características. Além disso, apesar de nem sempre a plausibilidade nos levar a um fato verdadeiro, ela é o ponto de partida para que novos conhecimentos sejam produzidos. Neste tipo de raciocínio, o principal objetivo é distinguir uma suposição mais razoável de uma outra menos razoável (Pólya, 2014).

De acordo com Freitas (2011), o desenvolvimento da habilidade de elaborar demonstrações matemáticas a partir da observação de regularidades em casos particulares que acabam se revelando como resultados gerais é válido na educação básica. Esse autor ainda ressalta que, na própria investigação matemática, é usado esse método para descobrir qual resultado se deseja formalizar, no entanto, enfatiza que a validade de uma proposição obtida por meio do estudo de casos particulares não é suficiente, ainda que estes sejam numerosos, já que apenas a demonstração matemática cumpre o papel de prová-la (Freitas, 2011). Dessa maneira, é evidente a relevância do raciocínio indutivo na matemática, tanto no ensino quanto na matemática acadêmica, ainda que seja necessário usar de deduções para confirmar conjecturas.

O raciocínio dedutivo é fundamental para a matemática e envolve uma maior formalização a fim de demonstrar teoremas por meio do encadeamento de asserções de forma lógica e das justificativas dessa cadeia de proposições (Ponte; Mata-Pereira; Henriques, 2012; Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020). Assim, é assumido um conjunto de afirmações como verdade, ou seja, axiomas e postulados, os quais são encadeados de forma lógica a fim de se obter novas afirmações verdadeiras, as quais seriam os teoremas (Ponte; Mata-Pereira; Henriques, 2012; Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020). De acordo com Oliveira (2008), essa forma de raciocínio pode ser esquematizada na forma “Se A então B”, sendo A e B sentenças, o que em linguagem matemática seria $A \Rightarrow B$, e o encadeamento dessas deduções é chamado de demonstração.

A respeito do potencial de convencimento da demonstração matemática, Freitas (2011) afirma que esta é a ferramenta mais poderosa para convencer a veracidade de uma proposição e ressalta sua acessibilidade e disponibilidade de argumentação. Apesar do papel da demonstração matemática como método único para provar um teorema, seria ingênuo afirmar que existe um acesso e uma disponibilidade irrestrita a esse procedimento, uma vez que muitos alunos encontram diversas dificuldades no desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Enquanto alguns dos estudantes tem contato com a ideia de demonstração somente na Geometria durante a educação básica, além de não aprenderem sobre métodos de demonstração; no ensino superior, é necessário demonstrar teoremas em Álgebra, Análise Real e outras disciplinas avançadas, sem a devida preparação para tal (Moore, 1990). Essa transição repentina é a fonte de grandes dificuldades para os estudantes, de acordo com Moore (1990), o que vai contra o que Freitas (2011) compreende.

Além disso, no que se refere à educação básica e à compreensão da necessidade da demonstração, De Villiers (2001) pontua a dificuldade em que os alunos têm em entender os motivos de demonstrar algo, tanto que enfatiza essa falta de compreensão como um dos maiores problemas no ensino desse tópico. Dessa maneira, além de ser preciso lidar com as dificuldades na formulação de uma demonstração, é necessário pensar se os estudantes compreendem os motivos pelos quais a demonstração desempenha um papel importante na matemática e porque alguns exemplos pontuais não são suficientes para acreditarmos na validade de uma conjectura.

Bishop (1991) ressalta três componentes importantes no currículo da matemática na educação básica: o componente simbólico se refere a quais conhecimentos são considerados importantes de serem aprendidos, enquanto o social se refere ao modo em que são utilizados na sociedade, já o cultural diz respeito ao modo de aproximar o estudante da cultura matemática, isto é, fazê-lo compreender a natureza da atividade matemática e a gênese das ideias matemáticas. Quando os alunos se apropriam das ideias relacionadas à demonstração, é trabalhado o componente cultural a que Bishop (1991) se refere. Entretanto, é necessário ter prudência ao trabalhar com demonstrações na educação básica, para não cometer exageros (Morais Filho, 2012), isto é, deve-se adequar o grau de dificuldade de acordo com as expectativas educacionais de cada ano escolar.

Apesar do raciocínio dedutivo ser visto como um pilar da matemática, isso não ocorre com o raciocínio indutivo, o qual está intimamente relacionado com o estudo da experiência à nossa volta. Esse procedimento científico é chamado de indução, o qual também foi definido como “[...] o processo da descoberta de leis gerais pela observação de casos particulares.” (Pólya, 1995, p. 91).

Ainda, de acordo com Pólya (2014), a indução, geralmente, se inicia por meio da observação. Ao estudar casos particulares e tentar observar padrões, formula-se uma conjectura. Para explicar esse procedimento, Pólya (2014) se propõe a analisar a conjectura de Goldbach, a qual afirma que um número par exclusivamente maior do que 2 é igual à soma de dois números primos e até hoje não foi demonstrada nem refutada. Inicialmente, ele decide observar alguns casos para encontrar semelhanças, como:

$$3 + 7 = 10 \qquad 3 + 17 = 20 \qquad 13 + 17 = 30$$

Com esse pequeno conjunto de dados, o próprio Pólya (2014) pontua que é possível ver que as parcelas 3, 7, 13 e 17 são primos ímpares e que 10, 20 e 30 são pares que podem ser escritos como somas entre alguns dos números primos citados, ou seja, há uma certa similaridade, as equações são análogas entre si. A analogia seria um tipo de vínculo de semelhança, em que "[...] objetos análogos coincidem em certas relações das suas respectivas partes." (Pólya, 1995, p. 29), na situação estudada, duas parcelas de números primos somadas resultam em um número par.

Após, Pólya (2014) propõe uma maior generalização, a qual inclui todos os pares exclusivamente maiores que 2, e, além disso, abrange todos os primos ímpares. Para verificar se as hipóteses são plausíveis, deve-se analisar um conjunto diferente de exemplos. Assim, Pólya (2014) prossegue observando par a par até 16:

$$6 = 3 + 3 \qquad 8 = 3 + 5 \qquad 10 = 3 + 7 = 5 + 5$$

$$12 = 5 + 7 \qquad 14 = 3 + 11 = 7 + 7 \qquad 16 = 3 + 13 = 5 + 11$$

Pólya (2014) pergunta-se se esse padrão continua ocorrendo com outros números, mas reflete que esses casos particulares sugerem que qualquer número par exclusivamente maior que 4 é igual à soma de 2 números primos ímpares. Ao supor isso, Pólya (2014) faz uma generalização, esse processo é definido como "[…] passar da consideração de um determinado conjunto de objetos para um conjunto maior, este último contendo o primeiro." (Pólya, 2014, p. 12, tradução própria). Quando Pólya (2014) generaliza, depois parte para analisar os pares até 16 e observa as somas com os primos 3, 5, 7, 11 e 13, realiza o processo chamado de particularização, o qual seria "[…] deixar de considerar um dado grupo de elementos para um grupo menor contido no primeiro" (Pólya, 2014, p. 13, tradução própria). Assim, como o conjunto dos pares exclusivamente maiores que 2 e menores ou iguais a 16 estão contidos no conjunto de todos os pares exclusivamente maiores que 2 e como os elementos 3, 5, 7 11 e 13 pertencem ao conjunto dos primos ímpares, observa-se o procedimento de particularização que faz parte do raciocínio indutivo.

Essa é uma das maneiras de formular e reformular uma conjectura ao realizar "experimentos" com os números e verificar quais grupos se encaixam na proposição. Como dito, esse procedimento é chamado de indução, a qual se inicia pela observação de casos específicos e tem como objetivo expandir a ideia com que se trabalha para um conjunto maior de elementos. Entretanto, deve-se admitir que esse conjunto de dados não é suficiente para provar a conjectura. Pólya (2014) destaca o fato desse processo ser uma tentativa de se chegar à verdade, isto é, nada foi realmente provado; por outro lado, a análise do conjunto pode ser um indício de que se está no caminho certo para se chegar a um teorema. Então, Pólya (2014) propõe-se a realizar um quasi-experimento, termo usado por Euler, a fim de examinar se outros números pares são a soma de dois números primos. O autor propõe-se a estudar o número 60: $60 = 3 + 57$ e $60 = 5 + 55$.

Nos casos acima, Pólya (2014) observa que a conjectura não se encaixa nas parcelas 57 e 55, uma vez que estes números não são primos. Então, o matemático continua investigando: $60 = 7 + 53$.

Nesse caso, observa-se que a conjectura é confirmada em mais um exemplo. Se não fosse encontrada uma decomposição que respeitasse a conjectura, esta seria refutada irrevogavelmente segundo Pólya (2014). Após testar os primos 3, 5 e 7 com o número 60, Pólya (2014) se propõe a realizar um teste com os primos restantes menores que 30, já que é desnecessário ir além desse número, pois um dos dois primos, cuja soma será 60, deve ser obrigatoriamente menor que 30, isto é, a metade de 60. Então, são obtidas todas as decomposições do 60:

$$60 = 7 + 53 = 13 + 47 = 17 + 43 = 19 + 41 = 23 + 37 = 29 + 31$$

Pólya (2014) ainda se propõe a observar cada número par entre 6 e 30:

Quadro 1 - Somas de pares de números primos com resultados entre 6 e 30.

<table>
<tr><td>$6 = 3 + 3$</td><td>$8 = 3 + 5$</td><td>$10 = 3 + 7 = 5 + 5$</td><td>$12 = 5 + 7$</td><td>$14 = 3 + 11 = 7 + 7$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$16 = 3 + 13 = 5 + 11$</td><td>$18 = 5 + 13 = 7 + 11$</td><td colspan="2">$20 = 3 + 17 = 7 + 13$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$22 = 3 + 19 = 5 + 17 = 11 + 11$</td><td>$24 = 5 + 19 =$
$7 + 17 = 13 + 11$</td><td colspan="2">$26 = 3 + 23 = 7 + 19 = 13 + 13$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$28 = 5 + 23 = 11 + 17$</td><td colspan="3">$30 = 7 + 23 = 11 + 19 = 13 + 17$</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Pólya (2014, p. 6).

Cada caso novo verificado dá mais plausibilidade à conjectura, entretanto, deve-se ressaltar, mais uma vez, que nenhuma quantidade de verificações seria suficiente para prová-la; ao observar os casos novos coletados acima, é importante examiná-los, compará-los e combiná-los (Pólya, 2014). A princípio, é difícil encontrar alguma similaridade além do que a conjectura de Goldbach propõe. Porém, Pólya (2014) aponta que esse conjunto expandido de dados possibilitou ver a conjectura de uma nova forma: a suposição de que todo número par sempre terá pelo menos uma representação como soma de dois primos, ou seja, espera-se que a quantidade de representações nunca seja igual a zero.

Pólya (2014) destaca que não se deve confiar em nenhuma conjectura que não tenha sido provada ainda. Essa postura incentivada pelo matemático deve ser estimulada na sala de aula, uma vez que o senso crítico e a curiosidade do aluno devem ser motivados, no sentido de que, apesar da enunciação de teoremas pelo professor e no livro didático, é recomendável sempre questionar o que está sendo ensinado.

4. RESULTADOS

O PNLD atendeu ao segmento do ensino médio em 2021. Ao todo, foram aprovadas 10 coleções de livros didáticos na área de matemática e suas tecnologias. Como o objeto de estudo é o binômio de Newton, decidiu-se analisar somente as questões propostas dos volumes aprovados que abordam essa área. No quadro 2 abaixo, podem-se ver os nomes das obras aprovadas que abordam os temas de estudo analisados e as respectivas editoras.

Quadro 2 - Obras do PNLD de 2021 que abordam o conteúdo de binômio de Newton.

Livro Didático	Editora
Quadrante Matemática E Suas Tecnologias - Estatística, Probabilidade E Matemática Financeira	Edições Sm Ltda.
Matemática Interligada: Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade	Editora Scipione S.A.
Diálogo: Matemática e suas Tecnologias: Estatística E Probabilidade	Editora Moderna Ltda.

Fonte: Elaboração própria com base no Guia Digital PNLD 2021[3].

Na obra *Diálogo: Matemática e suas Tecnologias: Estatística e Probabilidade* da Editora Moderna (Teixeira, 2020), o binômio de Newton é tratado ao longo de 7 páginas e as suas propriedades são apresentadas de forma objetiva, não é feito nenhum tipo de raciocínio que leve o leitor a deduzi-las ou a praticar o processo indutivo de observação. Há 18 sugeridos, mas somente 2 requisitam o uso do raciocínio plausível para o cálculo da soma dos coeficientes de um binômio.

Na obra *Matemática Interligada: Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade* (Andrade, 2018), são utilizadas 11 páginas para abordar os temas. As propriedades são apresentadas de forma direta, e então, há o apontamento de alguns

[3]Disponível em:
https://pnld-dev-xpto.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/pnld_2021_didatico_codigo_colecoes. Acesso em 01 out. 2023.

exemplos para verificar a veracidade dessas características em casos particulares. Há 21 exercícios propostos, entretanto, somente 3 exploram o desenvolvimento do raciocínio.

Na obra *Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Estatística, probabilidade e matemática financeira* (Chavante; Prestes, 2020), são dedicadas 5 páginas para abordar o tema binômio de Newton. São propostos 16 exercícios para o estudante, mas somente 1 exercício lida com a argumentação plausível ao tratar da soma dos coeficientes de um binômio: o exercício de número 65 na página 89 fornece o valor da soma do binômio $(3x + 2y)^m$ e pede seu grau m.

Com a observação e categorização das questões dos livros didáticos aprovados no PNLD de 2021 para o ensino médio, foi possível ver que grande parte do que era proposto não exigia um raciocínio mais aprofundado sobre o conteúdo, isto é, demandava somente uma repetitiva aplicação de algoritmos, propriedades e fórmulas para a resolução. Por outro lado, as poucas atividades que propunham um pensamento matemático mais sofisticado abordavam as somas dos coeficientes e a possível existência do termo central de um binômio. Ainda que essas questões sugerissem um entendimento mais reflexivo do objeto de conhecimento, como as propriedades do binômio de Newton já haviam sido apresentadas diretamente nas páginas anteriores aos exercícios dos 3 livros didáticos, o estudante poderia também somente aplicar o que já havia sido dado, sem que realmente houvesse um raciocínio indutivo ou dedutivo. Desse modo, decidiu-se pela reelaboração dessas questões num formato de 2 atividades que trabalhassem o raciocínio indutivo, sendo uma sobre a soma dos coeficientes e outra sobre a existência do termo central.

5. ATIVIDADES REELABORADAS

No quadro 3 abaixo, é possível observar as atividades inspiradas pelo que foi pesquisado e desenvolvido no projeto de iniciação científica e encontrado nos livros didáticos consultados aprovados pelo PNLD de 2021.

Quadro 3 - Atividades reelaboradas sobre binômio de Newton.

<table>
<tr><th colspan="3">Soma dos coeficientes</th></tr>
<tr><td colspan="3">1) Desenvolva os binômios abaixo:</td></tr>
<tr><td>a) $(x + y)^0$</td><td>c) $(x + y)^2$</td><td>e) $(x + y)^4$</td></tr>
<tr><td>b) $(x + y)^1$</td><td>d) $(x + y)^3$</td><td>f) $(x + y)^5$</td></tr>
<tr><td colspan="3">2) Observe o binômio abaixo e seu desenvolvimento:</td></tr>
<tr><td colspan="3">$(x + 3y)^3 = (x + 3y)(x + 3y)^2 \Rightarrow (x + 3y)^3 = (x + 3y)(x^2 + 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2) \Rightarrow$</td></tr>
</table>

$(x+3y)^3=(x+3y)(x^2\ +6xy+9y^2)\Rightarrow$ $(x+3y)^3=x^3+6x^2y+9xy^2+3x^2y+3\cdot 6xy^2+3\cdot 9y^3\Rightarrow$ $(x+3y)^3=x^3+9x^2y+9xy^2+18xy^2+27y^3\Rightarrow\ (x+3y)^3=x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$
Vamos calcular a soma dos coeficientes do binômio. Para isso, podemos somar os números que acompanham as potências de x e y. Logo, como temos $(x+3y)^3=x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$, os coeficientes são 1, 9, 27 e 27, ou seja, a soma desses coeficientes é igual a 64.
a) Observando apenas o desenvolvimento do binômio, experimente substituir x e y por 1 e resolva a expressão$x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$. Qual resultado é obtido?
b) Percebe que a soma dos coeficientes e o resultado do item a são iguais? Por que você acha que isso ocorreu? Tente se lembrar do elemento neutro da multiplicação para responder.
c) Considerando que você substituiu x e y por 1 no desenvolvimento do binômio $(x+3y)^3$, se você substituir x e y por 1 na forma fatorada do binômio e resolver a expressão, qual resultado obtém?
d) O resultado obtido no item anterior é igual a alguma outra resposta destas questões? Se sim, justifique.
e) Após ter feito as questões anteriores, para encontrar a soma dos coeficientes, você sempre terá que desenvolver o binômio ou há uma forma mais fácil? Justifique.
f) Calcule a soma dos coeficientes dos binômios abaixo, usando o que aprendeu com as questões anteriores.
i) $(x+2y)^7$ ii) $(4+y)^9$ iii) $(\frac{1}{x}-y)^6$ iv) $(x-\sqrt[5]{y})^8$
Termo Central
1) Utilizando os binômios de Newton e seus desenvolvimentos no item 1 da atividade anterior, responda as perguntas abaixo:
a) Você conseguiria afirmar quantos termos um binômio terá sem desenvolvê-lo? Há algum padrão? Justifique.
b) Quais possuem um termo central, isto é, um termo que tem a mesma distância entre os termos das extremidades?
c) Observa algum padrão entre o grau de um binômio e a existência ou não de um termo central em seu desenvolvimento? Justifique.
d) Sem desenvolver os binômios abaixo, escreva quantos termos terá cada um e se haverá um termo central. Justifique.

i) $(x+2y)^7$ ii) $(4+y)^9$ iii)$(\frac{1}{x}-y)^6$ iv) $(x-\sqrt[5]{y})^8$

Fonte: Elaboração própria com base nas atividades propostas por Andrade (2018, p. 36-41), Teixeira (2020, p. 59) e Chavante e Prestes (2020, p. 89).

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esta pesquisa, foi possível compreender os conceitos de raciocínios indutivo e dedutivo, assim como seus papéis na matemática acadêmica, na educação básica e na formação de um cidadão. Pôde-se discutir sobre como ocorre o raciocínio indutivo e quais são suas etapas: particularização, analogia e generalização. Ademais, com a pesquisa bibliográfica, conseguiu-se conhecer o ponto de vista de estudiosos da área sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático nas salas de aula. Após a escrita do referencial teórico, a análise das questões propostas pelos livros didáticos do PNLD de 2021 que tratavam do binômio de Newton foi viabilizada. Assim, percebeu-se incongruências nos objetivos de estimular o raciocínio nos estudantes e no que é apresentado nos livros didáticos. Nessa perspectiva, os exercícios que exigiam ao menos uma reflexão mais profunda sobre os conteúdos foram reelaborados. Tem-se o objetivo de aplicá-los em uma sala do ensino médio em 2024 e escrever um relato de experiência com base no que foi observado.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, T. M. **Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade**. 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2020.

BISHOP, Alan. **Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education**. Springer Science & Business Media, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática e suas tecnologias:** estatística, probabilidade e Matemática financeira. 1. ed. – São Paulo: Edições SM, 2020.

FREITAS, P. J., A Demonstração Matemática no Ensino Básico e Secundário. **Encontro ProfMat**, Lisboa, 2011. Disponível em: https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~pjfreitas/pdfs/Dem_ProfMat.pdf. Acesso em: 29 ago. 2023.

GARNICA, A. V. M. As demonstrações em educação matemática: Um ensaio. **Bolema**, v. 15, n. 18, p. 91-99, 2012.

MOORE, Robert C. Making the transition to formal proof. **Educational Studies in mathematics**, v. 27, n. 3, p. 249-266, 1994.

MORAIS FILHO, D. **Um convite à Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

NASSER, L.; TINOCO, L. (coord.). **Argumentação e provas no ensino de matemática.** 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.

OLIVEIRA, P. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. **Educação e Matemática**, n. 100, p. 3-9, 2008.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning:** induction and analogy in mathematics. **Mansfield Center:** Martino Publishing, 2014.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Praxis Educativa**, v. 7, n. 02, p. 355-377, 2012.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?. **Educação e Matemática**, n. 156, p. 7-11, 2020.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo Matemática e suas Tecnologias: Estatística e Probabilidade**. 1 edição. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

VILLIERS, M. D. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática**, n. 63, p. 31-36, 2001.