



A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: AS INTERAÇÕES PROPORCIONADAS PELO GEOGEBRA

Eli Ferreira dos Santos¹

Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

Suzete de Souza Borelli²

Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

Resumo

O presente texto faz parte das primeiras reflexões de um trabalho inicial de doutorado, o qual se orienta pelo objetivo de apresentar os primeiros encaminhamentos para uma formação de professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Apresenta a necessidade de uma reflexão sobre a resolução de problemas, junto aos professores participantes. Foi implementada a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, aliada às representações semióticas de tratamento e conversão, juntamente com o emprego do GeoGebra para o ensino dos números racionais na forma fracionária. Espera-se que a formação possa contribuir para ampliar as possibilidades de ensino relacionadas ao conhecimento dos números racionais na forma fracionária e possa gerar novas situações de aprendizagens para a Matemática relacionada ao tema.

Palavras-chave: Formação de professores; Ensino-aprendizagem-avaliação; Representação; GeoGebra.

1. INTRODUÇÃO

O propósito deste texto é descrever sobre uma experiência de formação de professores de Matemática ocorrida no segundo semestre de 2023 em uma escola pública estadual na cidade de São Paulo, dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Participaram da formação 4 professores, sendo 3 de Matemática e 1 de Ciências. Para esta formação foram realizados 8 encontros, na própria escola, durante o horário de Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo por Área (ATPCA)³.

Os objetivos gerais da formação foram apoiar e instrumentalizar os professores no desenvolvimento de atividades e discutir intervenções que possibilitaram o avanço dos

¹Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática(UNICSUL) 2024. Professor de matemática (SEE-SP), São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: erfabruno@gmsil.com

²Professora de Pós-graduação no Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: suzeteborelli@gmail.com

³ O ATPCA é uma reunião pedagógica que visa atender as demandas específicas dos componentes da Base Nacional Comum Curricular de cada área de conhecimento – matemática.

estudantes dos Anos Finais com dificuldades de aprendizagens em Matemática. Esses resultados foram detectados nas provas paulista do 1º e 2º bimestres do ano de 2023. Capacitar os professores para trabalhar com a recuperação de aprendizagens descritas na unidade temática números, especificamente as habilidades: (EF06MA07) - Frações: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultados de divisão, identificando frações equivalentes; (EF08MA04) - Porcentagem: Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. e (EF08MA02) - Potenciação e radiciação: Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Um dos desafios do professor que ensina Matemática é proporcionar atividades que efetivamente melhorem a aprendizagem dos alunos. Para tal intuito, foram feitos alguns questionamentos iniciais aos professores que participaram da formação. Qual metodologia de ensino adotar? Como poderiam ser feitas as representações algébricas e geométricas para esses temas matemáticos? Qual o olhar que os professores possuíam sobre as atividades realizadas pelos alunos e as evidências de aprendizagem que conseguiam observar? Esses questionamentos foram realizados para que o grupo de professores pudesse chegar em um significado comum do que observavam sobre as resoluções das atividades propostas desenvolvidas pelos alunos, e assim, averiguasse o entendimento, a compreensão e o olhar que os participantes tinham sobre o percurso formativo.

Para essa discussão tínhamos como referência as ideias do professor reflexivo proposto por Schon (2000). Para a resolução de problemas, foi apresentado a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, ideias defendidas por Onuchic e Allevato (2021), juntamente com as representações semióticas de tratamento e conversão de Duval (2009) e o *software* GeoGebra para as construções dinâmicas simultâneas. A seguir, o referencial teórico que subsidiou o desenvolvimento dessa formação.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Para a formação continuada de professores, nós apoiamos nas ideias de Schon (2000), que em linhas gerais indica que o professor reflexivo precisa observar, investigar e refletir sobre as próprias ações que ocorreram na sala de aula com o objetivo de resolver os problemas que foram percebidos por ele. Assim, ele propõe um modelo de reflexão na ação, que deve ser pautada nas reflexões sobre a sua própria prática durante o processo de ensino e aprendizagem. Para o autor, não se deve querer padronizar um modelo de

ação e desenvolvê-lo nas diversas aulas, pois a sala de aula é dinâmica e pressupõe uma diversidade de problemas e soluções.

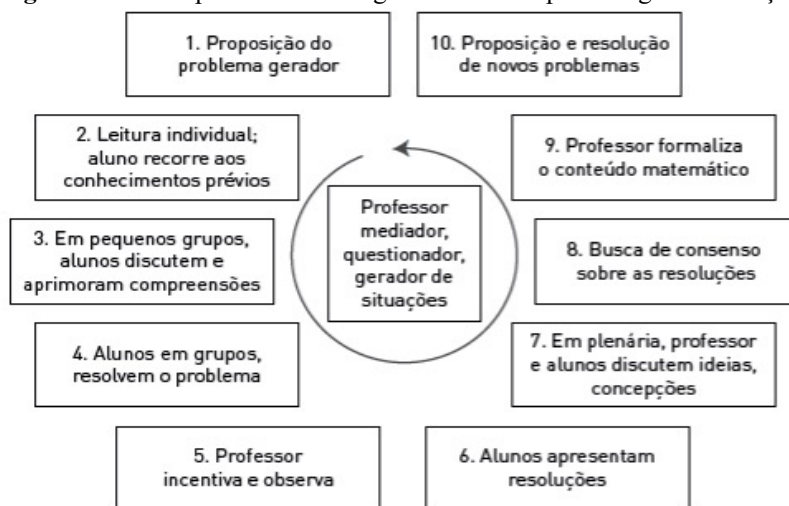
A reflexão sobre a ação leva a compreensão de que a cada momento da prática é um momento único e é necessário refletir como se deu a sua ação docente e como aconteceram as interações entre os alunos e entre os alunos e o professor. Para Schon (2000), a formação deve ocorrer ao longo da vida, e não somente isso, promover uma formação que ajude o professor a transpor os obstáculos do ensino e da aprendizagem em um processo continuado de busca por melhorias no processo de ensino e aprendizagem.

Na busca por um processo de melhorias, foi apresentado a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, a seguir.

2.1 A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.

As autoras Onuchic e Allevato (2021), desenvolveram uma metodologia chamada de ensino-aprendizagem-avaliação, que consiste na aplicação de 10 etapas para o ensino e resolução de um problema matemático. Este problema é chamado de problema gerador de aprendizagens. Para a aplicação da metodologia, são sugeridas 10 etapas ilustradas na Figura 1.

Figura 1 – As Etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação.



Fonte: Onuchic e Allevato, (2021, p. 51).

A Figura 1 sugere uma postura de mediador do professor, que atua em todas as fases do processo de ensino e aprendizagem e o aluno construtor do seu próprio conhecimento. Aluno e professor deixam posturas motivadas pela implementação de atividades do tipo arme e efetue, calcule etc., e passam a construir o conhecimento de forma consciente, aprendendo a pensar matematicamente, ao invés de apenas usar regras decoradas e prontas, mobilizando conceitos e formas de relacioná-las. Ainda de acordo com Onuchic e Allevato (2021),

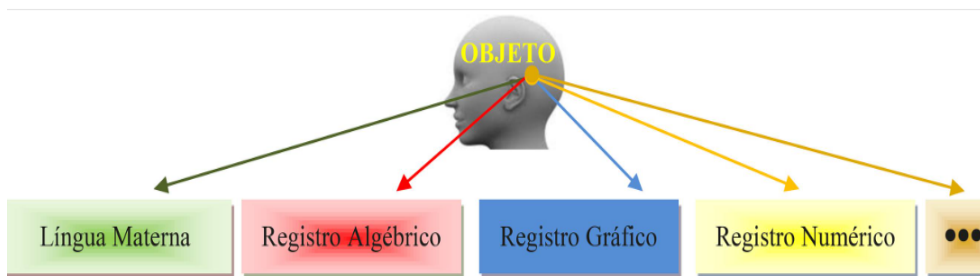
a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem por objetivo expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (Onuchic e Allevato, 2012, p. 47).

O professor é um mediador, questionador e gerador de situações de aprendizagens, que busca desenvolver nos alunos as habilidades necessárias para o desenvolvimento da linguagem matemática. A seguir, apresentamos as representações semióticas de transformação e conversão de Duval.

2.2 As representações semióticas de Duval

As representações semióticas direcionam o ensino e a aprendizagem para expressar por meio de símbolos o pensamento matemático. Para Duval (2009), a representação se inicia no cognitivo, chamado de noésis e a sua representação de semiósis. O autor define como sendo “Se chamarmos de semiósis a apreensão ou produção de uma representação semiótica, e noésis os atos cognitivos como apreensão conceitual de um objeto [...], (Duval, 2009, p. 15). De acordo com o autor, mesmo sendo coisas diferentes, não é possível separá-las no pensamento humano. O argumento de que não é possível separá-las no pensamento humano, sugere que as operações cognitivas e as suas representações estão interligadas, ou seja, o processo de pensamento humano muitas vezes envolve uma interação contínua entre a cognição (noésis) e suas representações (semiose). Isso significa que as formas como pensamos, interpretamos e comunicamos essas informações estão intimamente ligadas às nossas capacidades cognitivas. A Figura 2 mostra a relação entre a noésis e a semioses.

Figura 2 – Possíveis registros de uma representação de um objeto matemático.



Fonte: Henriques, Almouloud, 2016, p. 2.

O conceito de representação é fundamental no estudo do conhecimento, como apontado por Duval (2009). Ele argumenta que não podemos compreender plenamente os fenômenos relacionados ao conhecimento sem recorrer à noção de representação. A compreensão conceitual ocorre quando o resolvidor é capaz de distinguir entre um objeto

e a sua representação. O autor destaca o funcionamento das atividades cognitivas fundamentais em três registros de representações: formação, tratamento e conversão.

A formação de representação semiótica é relativa ao uso de regras de conformidade, as quais permitem identificar um conjunto de elementos físicos ou de traços de uma representação. O tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, e as regras de funcionamento não mudam. A conversão é um registro que envolve as representações de um registro para outro, ou seja, mudam as regras de funcionamento. Esses registros de representação são essenciais para o processo de aprendizagem e compreensão da Matemática.

Ao envolver os alunos em atividades que buscam várias representações do mesmo objeto, o professor é o responsável em mostrar para eles a necessidade de ir de um registro a outro de forma alternada ou simultânea, estabelecendo as relações entre os registros de um mesmo objeto, Brandt e Moretti (2016). A seguir, as interações oportunizadas pelo uso do GeoGebra.

2.3 As construções simultâneas do GeoGebra

O GeoGebra é um *software* livre de geometria dinâmica que permite a construção e apresentação simultâneas de figuras geométricas e algébrica. Para Santos (2023) o GeoGebra é um potencializador das representações semióticas de tratamento e conversão na resolução de problemas. O *software* tem um conjunto de ferramentas que permite ao usuário construir figuras e objetos dinâmicos, e quando se realiza uma mudança no registro algébrico o aluno percebe o que acontece no registro geométrico.

Na mudança de representação de tratamento para conversão, não tem nada de evidente para o aluno, Duval (2009). Isso dificulta a aprendizagem, e as interações proporcionadas pelo *software* ajudam a diminuir essas incompreensões, diferentemente das construções estáticas dos materiais impressos e caderno, ou seja, traz a construção de um objeto como um produto pronto e acabado utilizando a régua e compasso. Santos (2021) afirma sobre os ganhos de aprendizagens dos alunos ao usar o GeoGebra nas construções geométricas devido às imperfeições acarretadas nas construções realizadas no caderno.

2.4 A formação na escola dos professores

Foram realizados oito encontros de agosto a dezembro de 2023 com duração de 1 hora e 30 minutos cada. Participaram da formação 4 professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental, sendo 3 professores de Matemática e 1 professora de Ciências. Foi

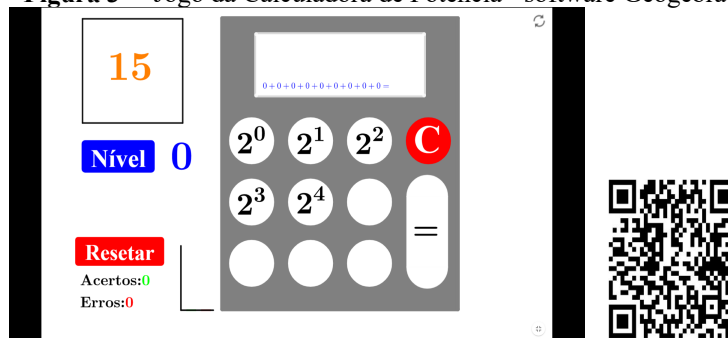
estabelecido que, a cada encontro, o formador teria que discutir uma atividade, chamada de “apreciação de saberes”, para ser desenvolvida por cada um dos professores junto aos seus alunos. E no encontro seguinte ocorreria o feedback das atividades com um relato das percepções de cada professor. A seguir, o relato dos encontros.

No primeiro encontro, após as apresentações, o formador iniciou o trabalho com algumas perguntas disparadoras: Qual metodologia de ensino os professores têm adotado para desenvolver o seu trabalho? Seria possível fazer as representações algébricas e geométricas do tema escolhido? Que evidências de aprendizagem os professores trouxeram sobre as atividades realizadas?

Em geral, os professores argumentaram que adotavam a metodologia indicada nos próprios livros didáticos e materiais construídos pela secretaria de educação. Ensinavam para os alunos do mesmo modo como aprenderam na faculdade e no próprio percurso que tiveram no Ensino Fundamental, e corrigiam as atividades valorizando o certo e o errado. Foi observado que faltava clareza na compreensão de quais eram os objetivos que se pretendia alcançar com as atividades propostas em sala de aula. Nas palavras da professora Juanita, *“primeiro eu faço a explicação do conteúdo e depois passo alguns exercícios, foi assim que eu aprendi”*. Em seguida, foi retomado algumas orientações e habilidades da BNCC (2018) para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental e qual a importância que a resolução de problemas tem para ajudar a dar sentido às situações matemáticas que são apresentadas aos estudantes, de maneira que possam aplicar conceitos e procedimentos.

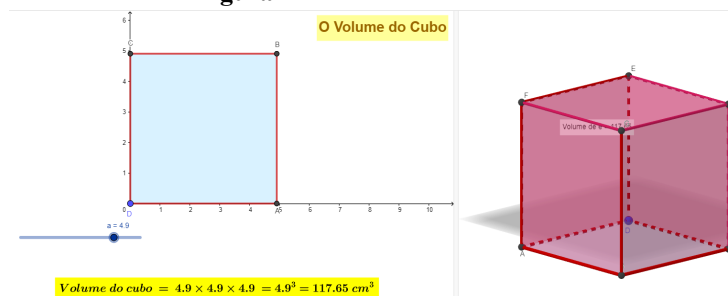
Após os questionamentos, o formador apresentou o material desenvolvido na formação, retomando os conceitos, procedimentos e a habilidade que fariam parte da atividade. A seguir, apresentaremos a habilidade e as atividades desenvolvidas: (EF08MA04) - Porcentagem: Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. A primeira atividade proposta foi trabalhar com a potência de base 2 e o formador fez algumas sugestões aos professores de como trabalhar esse tema com os alunos, ilustração na Figura 3.

Figura 3 – Jogo da Calculadora de Potência - software Geogebra



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/chcgns5> - Acessado em ago. 2023.

Figura 4 – área e cubo dinâmico.



Fonte: arquivo do pesquisador - <https://www.geogebra.org/material/edit/id/z3kpjfwf>.

Na primeira atividade da calculadora, de imediato os professores perceberam que se tratava da soma de potência da base 2. A segunda atividade propunha uma representação da potência de base 3 em um cubo, e isso chamou a atenção dos professores em associar uma figura espacial com a potência. Os professores não tinham a prática de ensinar o registro algébrico e geométrico do mesmo objeto de forma simultânea ou alternada. A seguir, o relato do segundo encontro.

No início do segundo encontro, foi feito o feedback das atividades que foram desenvolvidas pelos alunos a partir das discussões do primeiro encontro. Na primeira atividade, com o uso da calculadora de potência, os professores relataram que o uso da calculadora chamou a atenção dos alunos por ser novidade e foi percebido o reconhecimento da escrita da soma de potência na base 2 pela maioria dos alunos. Na segunda atividade, os professores relataram que os alunos tiveram muitas dificuldades por não associarem a potência com uma figura espacial. Isso mostrou que não era prática dos professores trabalharem com os alunos a representação de conversão do registro algébrico para o geométrico. Nessa dificuldade, Duval (2009) afirma que para o aluno não tem nada de evidente a representação de conversão, pois as regras de funcionamento não permanecem, muda o conceito e as propriedades da construção. Os professores foram orientados para trabalhar com diferentes registros do mesmo objeto.

Em seguida foi trabalhado a habilidade (EF08MA02) - Potenciação e radiciação: Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. Para o trabalho junto aos professores utilizamos a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação, Onuchic e Allevato (2021), apresentando as 10 etapas e a importância de cada uma delas para o planejamento das atividades e o acompanhamento das aprendizagens dos alunos.

Com o emprego dessa metodologia, os professores observaram que resolver problemas era muito mais do que fazer cálculos e verificar o certo e errado. De acordo com Onuchic e Allevato (2021), essa metodologia apresenta o problema não só como ponto de partida, mas também como indicador para novas orientações de conceitos e conteúdos matemáticos. Foi observado a dificuldade dos professores em trabalhar os conteúdos matemáticos a partir de um problema gerador e ao mesmo tempo, ter a postura de mediador, questionador e gerador de situações de aprendizagem. Outra dificuldade percebida foi resolver os problemas construindo as representações de conversão, a partir do uso do GeoGebra como ambiente digital, que permite mostrar de forma simultânea a representação numérica e algébrica.

Conforme Brandt e Moretti (2016), o professor deve conduzir os alunos entre as várias representações do mesmo objeto. Como foi o primeiro contato dos professores com essa metodologia, observamos que seria necessário o professor refletir sobre esses conhecimentos de modo a dar sentido ao seu fazer docente, trazendo sentido às atividades que seriam desenvolvidas na sala de aula, antecipando as possíveis dúvidas dos alunos e as dificuldades para os desdobramentos da aula. Essas reflexões nos levam a refletir sobre a prática do professor (Schon, 2000), de modo a subsidiá-lo na sua tarefa de ensino. As seguir, os links das atividades trabalhados: <https://www.geogebra.org/m/ncmx9fbr>, <https://www.geogebra.org/m/qjtfzjpe>, <https://www.geogebra.org/m/ar62hbgc>. A seguir, o relato do 3º, 4º e 5º encontros.

Nesses encontros foi trabalhado a habilidade (EF06MA07) - Frações: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultados de divisão, identificando frações equivalentes. Inicialmente foram destacadas as 10 habilidades relacionadas às frações, trabalhadas desde o 4º ano até o 8º ano. O formador questionou os professores sobre a escolha dessa habilidade para a formação, e o porquê de tantas dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos. A fala da professora Suely foi, *“trabalhamos o modo tradicional, ensinamos os conceitos e aplicamos exercícios e agora temos a oportunidade de aprender um modo diferente”*.

Após as discussões, o formador reafirmou a necessidade da reflexão na sala de aula de mudança de postura nas atividades educativas. Nessas formações foram trabalhados problemas usando o Tangram e a resolução de problemas de frações. Nas resoluções de problemas foram desenvolvidas as 10 etapas da metodologia e as representações de tratamento e conversão do mesmo objeto de forma simultânea entre a parte algébrica e geométrica.

Os professores puderam visualizar as mudanças que ocorriam no registro geométrico quando se alterava o registro algébrico, e foi observado o desconhecimento desse tipo de resolução de problemas usando o GeoGebra para o ensino. Uma das professoras disse que não seria rápido tornar prática o uso dessa metodologia na sala de aula. Os professores foram orientados a revisitarem as atividades, levantarem dúvidas de como organizá-las, bem como para terem mais afinidades com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação que estava sendo desenvolvida nos encontros. A seguir, os links das atividades desenvolvidas: <https://www.geogebra.org/m/ey4bzfvr>, <https://www.geogebra.org/m/yf5djfzk>, <https://www.geogebra.org/classic/brvkejc3>. A seguir, o relato dos últimos encontros.

No 6º e 7º encontros foram trabalhados as habilidades (EF08MA04) Porcentagem: Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. Nesses encontros deu-se continuidade na aplicação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, as representações semióticas e o uso do GeoGebra para a resolução de problemas. Foram propostos problemas de porcentagem acréscimo, decréscimo e fator de multiplicação.

Durante a implementação dos problemas, foram nítidas as dificuldades na resolução de problemas mais complexos, e ao serem questionados pelo formador, disseram que a complexidade da dinâmica da escola e a falta de formações adequadas com outras possibilidades educativas, contribuíram para “*parar no tempo*”. Mesmo diante dessa problemática, o formador argumentou que a busca de atividades adequadas aliadas com outros modos de ensinar poderia melhorar o trabalho em sala de aula. O 8º e último encontro, foi destinado para trabalhar a viabilidade da metodologia utilizada em sala de aula, das representações semióticas, o GeoGebra, os conceitos e os procedimentos dos conteúdos matemáticos.

Inicialmente foi resgatado o modo como ocorreu a implementação e a dinâmica da formação, envolvendo o material disponibilizado para estudos, e em seguida, foi tratado a questão dos conceitos e procedimentos dos conteúdos. Ao serem questionados

sobre um conceito, os professores responderam com exemplos de procedimentos, e diante desses obstáculos, foi abordado a necessidade de saber diferenciá-los, para ajudar os alunos na compreensão e resolução dos problemas, e na aproximação da linguagem matemática. Além dos materiais trabalhado, as reflexões foram ponderadas no artigo, “Conceitos, Procedimentos e Atitudes em Matemática”, Bairral (2003). “[...] é imprescindível o professor tornar-se um sujeito que também aprende continuamente a partir das contribuições (perguntas, respostas, sugestões, facilidades, dificuldades, etc)”, (Bairral 2003, p. 6). Os professores perceberam a importância da formação, da relação com os alunos, da própria dinâmica da sala de aula e em outros espaços de aprendizagens.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse texto procurou abordar fatos e algumas narrativas de uma experiência na formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do ensino Fundamental. Nessa formação, procurou levar os professores a perceberem a importância que tem o conhecimento dos conteúdos e a reflexão sobre a própria prática (Schon, 2000). No desenvolvimento profissional, mostrando que as reflexões trazidas no grupo de formação, realimentaram as discussões e ao mesmo tempo levaram a compreensão da limitação do trabalho que se faziam, e ao mesmo tempo, mostrando a potencialidade do diálogo, dos questionamentos formulados no grupo para a melhoria do trabalho de todos os envolvidos.

Considerando as orientações da BNCC (2018), os professores vislumbram na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação uma maneira para ensinar e aprender Matemática. A aplicação das 10 etapas propiciou a adoção de uma postura de mediador, questionador e gerador de situações de aprendizagens. Passaram a considerar o problema como ponto de partida para o ensino dos conteúdos, pois, o aluno deixa de ser um sujeito passivo e assume o protagonismo da sua própria aprendizagem.

Durante a resolução dos diversos problemas de potenciação, radiação e racionais na forma fracionária, os professores perceberam que o GeoGebra é uma ferramenta de apoio para resolver problemas em um ambiente digital e ajuda a evidenciar as representações semióticas de tratamento e conversão. Nas construções dinâmicas simultâneas, viram que o uso do *software* diminui as dificuldades de aprendizagens, pois quando se altera o registro algébrico, os alunos conseguem perceber uma mudança no registro geométrico, facilitando a compreensão dos conceitos e procedimentos envolvidos.

Enfim, o uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, juntamente com as representações semióticas, apoiadas pelas interações proporcionadas pelo GeoGebra, forneceram elementos aos professores participantes da formação para repensarem as suas práticas na sala de aula e buscar mudanças na forma de aprender e ensinar Matemática.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. Conceitos, procedimentos e atitudes em Matemática. Belo Horizonte, **Presença Pedagógica**, v.9, n.50, p.43-49, mar./abr. 2003.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, R. **Semioses e Pensamento Humano. Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira, Ed. Livraria da Física, São Paulo - São Paulo, 2009.

FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? Resolução de problemas-teoria e prática, in ONUCHIC, L. R.; *et al.* (org). **Resolução de Problemas - teoria e prática**. 2ª ed.- Jundiaí-SP: Paco, 2021.

SCHON, D. A. **Educando o profissional reflexivo: Um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Trad: Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SANTOS, E. F. **A resolução de problemas de razão e semelhança de triângulos sob a perspectiva das representações semióticas de Duval**. 2023. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.