CONSTRUÇÃO DE SEÇÕES CÔNICAS DA MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL COM GEOGEBRA

Ingryd Stephany de Oliveira[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP

Henrique Marins de Carvalho[2]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP

Resumo

Este minicurso tem como objetivo apresentar e compreender as construções e propriedades das seções cônicas feitas por Ibrahim ibn Sinan, um matemático islâmico medieval, em comparação com as construções de Apolônio, um matemático grego da antiguidade, para análise das semelhanças e diferenças das produções de ambos os autores. Para fazê-las será utilizado o Geogebra, um software de geometria dinâmica.

Palavras-chave: Seções Cônicas; Matemática Islâmica Medieval; Geogebra; Etnomatemática.

1. INTRODUÇÃO

A matemática ainda é pautada sob conceitos eurocêntricos, isto é, as referências, produções, saberes e figuras históricas são majoritariamente europeus. Porém, a matemática não se desenvolveu originalmente no continente europeu e nem teve sua produção apenas lá.

A Idade Média, também chamada de Idade das Trevas, normalmente é mencionada como um período caracterizado pela baixa das produções científicas. Contudo, é necessário o recorte espacial, pois essa escassez de produções ocorreuapenas na Europa. A região ocupada pelo Império Islâmico é uma das que teve seu augeprodutivo neste mesmo período; logo, essa nomencaltura não se encaixa no contexto da região. Por esse e outros motivos, é necessário compreender que o eurocentrismo é problemático em

[1]Licencianda em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - campus São Paulo (IFSP - SPO), São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: ingryd.stephany@aluno.ifsp.edu.br

[2]Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor EBTT no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - campus São Paulo (IFSP - SPO), São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: hmarins@ifsp.edu.br

diversos aspectos, um deles é propagar a perspectiva europeia de tempo, espaço e/ou cultura ao mundo todo.

Sendo assim, produções matemáticas, de períodos comuns mas regiõesdiferentes, terão métodos e formas distintas, pois são culturas, idiomas e religiosidades completamente díspares. Assim, mesmo que Ibrahim e Apolônio tenham feito trabalhos voltados à seções cônicas, o método e representação que usaram possuem muitas diferenças, ainda que preservem semelhanças.

Ibrahim ibn Sinan foi um matemático e astrônomo nascido em Bagdá, atual Iraque no século X d.E.c. Vem de uma linhagem de cientistas, com seu pai e avô contribuindo significativamente para suas áreas. Começou suas produções cedo e teve seu primeiro trabalho publicado com cerca de 16 ou 17 anos (Brummelen, 2007, p. 574).

Já Apolônio foi um matemático e astrônomo nascido em Perga, atual Turquia, no século III a.E.c. território, na época, política e culturalmente associado ao mundo grego. É bastante conhecido pela autoria do livro As Cônicas.

2. CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Será utilizado o software matemático de geometria analítica Geogebra para as construções, e cada participante deverá entrar no espaço Classroom do software para terem acesso ao protocolo de construção e o espaço para a construção. Para isso, é necessário um computador com acesso à internet para cada participante ou para cada dupla de participantes.

Serão realizadas atividades no espaço virtual do Geogebra Classroom, acessível com o código E8XN VVCN.

2.1 Construções de Ibrahim ibn Sinan

As construções de Ibrahim são assim descritas:

Parábola (Figura 1): sendo r uma reta qualquer, o eixo BC faz parte dela, tendo B como vértice da parábola, e oposto ao segmento BC há a semirreta BA. G é um ponto qualquer do segmento [BC], GA é o diâmetro da circunferência C, tendo uma perpendicular a BC passando por B que a intercepta em E e E'. Para completar o retângulo $GBE'H'$ o ponto H' é a intersecção da perpendicular de BC em G e da paralela de BC em E'. Assim, os pontos H' e B fazem parte da parábola P (Bellosta, 2012 - tradução livre).

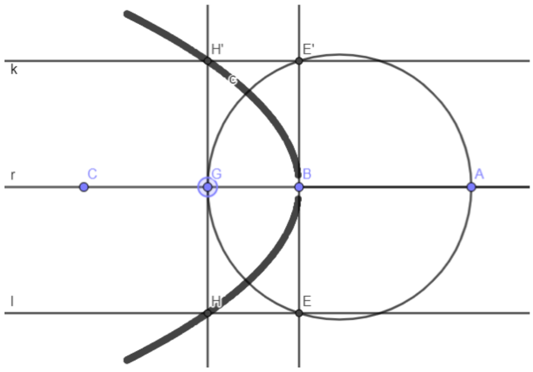

Figura 1 – Parábola de Ibrahim ibn Sinan

Hipérbole (Figura 2): sendo *r* uma reta qualquer que tenha sobre ela os pontos *A* e *B*, que são o diâmetro da circunferência *C*, *D* é um ponto qualquer da circunferência que não seja parte da mediatriz desta circunferência. Uma tangente parte do ponto *D* interceptando a reta *r* em *H*. Uma perpendicular à tangente em *H,* com o ponto *E* pertencente a ela, e está distante de *H* na proporção *EH* = *HD*. Uma circunferência *D* tem como raio do ponto *H* até o centro da circunferência C, sendo seu centro o ponto *H*.O ponto *P* é a interseção entre a circunferência *D* e a perpendicular à tangente (Bellosta, 2012 - tradução livre).

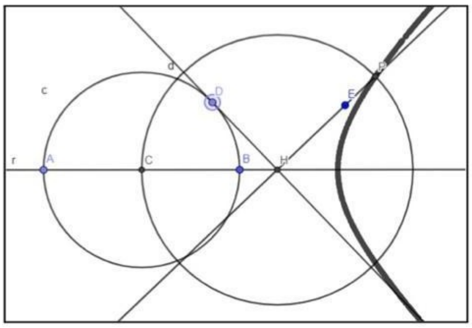

Figura 2 – Hipérbole de Ibrahim ibn Sinan

Elipse (Figura 3): seja *C* a circunferência de diâmetro *AB* (que pertence a reta *r*), uma perpendicular à *AB* emitida de *H*, ponto que pertence ao diâmetro da circunferência *C*, intercepta a circunferência em *E* e *E'* e no segmento de reta *EH* possui um ponto *J* que faz parte da elipse. Para qualquer ponto *F* pertencente à circunferência, a perpendicular à *AB* emitida de *F* intercepta *AB* em *L*. Seja *K* um ponto do segmento *FL* tal que $\frac{KE}{KL} = \frac{JE}{JH}$. Para garantir essa proporção geometricamente, uma reta *t* passa pelo ponto *F* e pelo ponto *E*. O ponto *P* é a interseção da reta *t* com a reta *r*. Uma outra reta *s* que passa pelo ponto *P* e pelo ponto *J*. Assim, a interseção da reta *s* com a reta *t* resultará no ponto *K* que faz parte da elipse (Bellosta, 2012 - tradução livre).

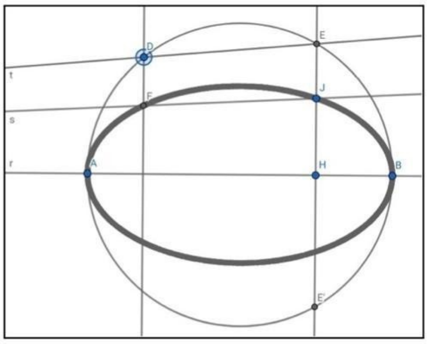

Figura 3 – Elipse de Ibrahim ibn Sinan

2.2 Construções de Apolônio

As construções do Apolônio são assim descritas:

Parábola (Figura 4): sendo *T* o vértice de um cone, o triângulo *TVW* corta o cone em seu eixo *TM*. O plano de seção *P* corta o triângulo *TVW* no segmento *AH*, no qual esse plano intercepta a base do cone em *EZ* e faz ângulos retos com o segmento *VW*.

Um plano P_2, que é paralelo a base do cone, cortando-o em uma circunferência de diâmetro *QP* e intercepta o plano de seção P_1 em *K'OK*. Os pontos K' e *K* estão sobre o cone e sobre o plano de seção, sendo pontos da cônica (Roque e Pitombeira, 2012).

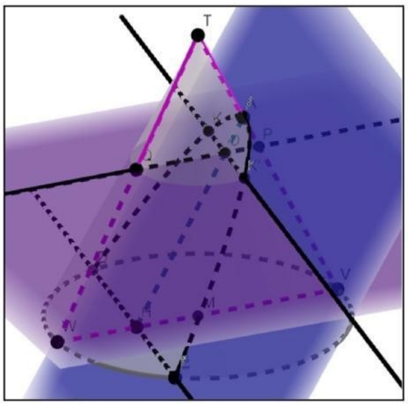

Figura 4 – Parábola de Apolônio

Hipérbole (Figura 5): um cone duplo isósceles com o mesmo vértice *T*, sendoum cone *m* e o outro cone *n*. O triângulo *TAB* corta o cone *m* em seu eixo *TM*, sendo *M* pertencente ao segmento de reta *AB*. O triângulo *TCD* corta o cone *n* em seu eixo *TN*, sendo *N* pertencente ao segmento de reta *CD*. O plano P_1 corta o triângulo *TAB* no segmento *EF* e intercepta a base do cone em *IZ*, fazendo um ângulo reto com *AB*. Corta

o triângulo *TCD* no segmento *GH*, e intercepta a base do cone em *KR*, fazendo um ângulo reto com *CD*.

O plano P_2 é paralelo à base do cone m, cortando-o em uma circunferência de diâmetro JL e intercepta o plano de seção P_1 em POP', sendo que os pontos P e P' estão sobre o cone m e sobre o plano de seção, sendo pontos da cônica. O plano P_3 é paralelo a base do cone n, cortando-o em uma circunferência de diâmetro QV e intercepta o plano de seção P_1 em WUW', sendo que os pontos W e W' estão sobre o cone n e sobre o plano de seção, sendo pontos da cônica (Roque e Pitombeira, 2012).

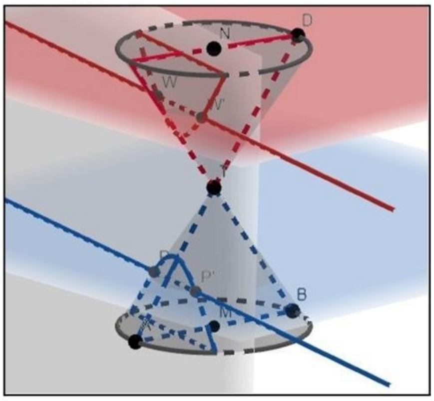

Figura 5 – Hipérbole de Apolônio

Elipse (Figura 6): um cone isósceles de vértice T, e um triângulo TVW que corta seu eixo TM, com M pertencente ao segmento de reta VW, que é o diâmetro da base do cone. O plano P_1 corta o triângulo TVW no segmento XZ, sendo o ponto X pertencente ao segmento TV e o ponto Z pertencente ao segmento TW, e ambos os pontos (X e Z) não podem estar localizados nos vértices do triângulo, ou seja, que correspondam aos pontos T, V e W.

Esse plano não intercepta e não é paralelo à base. O plano P_2 que é paralelo a base do cone, corta-o em uma circunferência de diâmetro QP (pontos pertencentes ao cone). Esse plano, P_2, intercepta o plano P_1 em $K'OK$ (sendo K' e K pontos sobre o cone e sobre o plano de seção, assim sendo pontos da cônica) (Roque e Pitombeira, 2012).

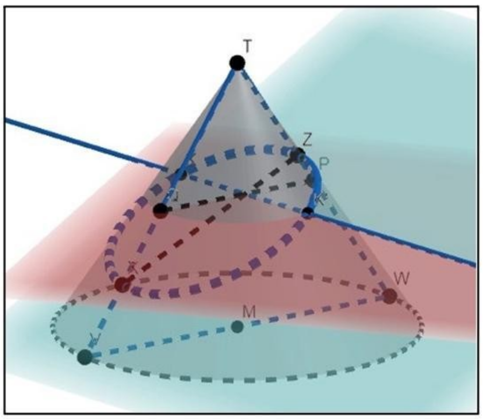

Figura 6 – Elipse de Apolônio

3. CONCLUSÕES

Ao finalizar as construções, os participantes serão questionados se há e quais são as semelhanças e as diferenças entre as construções feitas. Assim, ao término do minicurso, os participantes terão analisado, construído e comparado as seções cônicas feitas por dois autores diferentes.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos vão para o IFSP/Campus São Paulo e para o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica e Tecnológica do IFSP (PIBIFSP) - Edital n° SPO.091 de 07 de novembro de 2022, que possibilitaram o projeto de iniciação científica que deu origem ao estudo das construções das seções cônicas da matemática islâmica medieval, primeiramente como artigo e, posteriormente, como oficina e minicurso para professores em formação

REFERÊNCIAS

BELLOSTA, H. **De l'usage des coniques chez Ibrāhīm ibn Sinān.** Arabic Sciences and Philosophy, v. 22, p. 119-136, 2012.

BRUMMELEN, G. V. **Ibrāhīm ibn Sinān ibn Thābit ibn Qurra.** In: Hockey, T., et al. The Biographical Encyclopedia of Astronomers. Nova York: Springer, 2007. p. 574.

ROQUE, T. M.; PITOMBEIRA, João Bosco. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012. (Coleção Profmat)