A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EVIDENCIADAS PELO GEOGEBRA

Eli Ferreira dos Santos[1]
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

Suzete de Souza Borelli[2]
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

Resumo
Este minicurso abordará uma metodologia para a resolução de problemas de semelhança de triângulos, trazendo um olhar para as representações de tratamento e conversão de maneira simultânea utilizando o GeoGebra. Proporcionar aos participantes uma maneira de ensinar matemática que coloca o aluno como protagonista da sua aprendizagem e ao mesmo tempo mostrar aos participantes a necessidade de o professor adotar uma postura de mediador entre o conhecimento e o aluno.
Palavras-chave: Ensino-aprendizagem-avaliação; Representações semióticas; Geogebra; Semelhança de triângulos.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino sobre a resolução de problemas com o conteúdo de semelhança de triângulos. Para o desenvolvimento desse tema, apresentaremos a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas (Onuchic e Allevato, 2021), juntamente com as representações semióticas de tratamento e conversão (Duval, 2009), tendo como apoio o ambiente digital do *software* GeoGebra para a resolução de problemas.

O GeoGebra permite a construção simultânea das representações algébrica e geométrica, pois os alunos podem visualizar o que ocorre na mudança dos registros, o que facilita a compreensão das representações de conversão e promove a exploração dos conceitos e procedimentos envolvidos no problema. A seguir, as habilidades e os objetivos que serão trabalhados na resolução do problema proposto.

Habilidades a serem desenvolvidas:

---

[1]doutorando do programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL). Professor (SEDUC-SP), São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: erafabruno@gmail.com
[2]Doutora em Ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL). Professora de pós-graduação (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, . E-mail: suzeteborelli@gmail.com

- EF07MA23: Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem o uso de software de geometria dinâmica

- EF09MA12: Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Objetivos

- Definir triângulos semelhantes; reconhecer critérios de semelhança; trabalhar os conceitos e as propriedades relacionadas a semelhança de triângulos utilizando o teorema das paralelas e a homotetia.

- Espera-se que os participantes possam compreender como se dá o acesso à plataforma e o uso de algumas ferramentas no GeoGebra, assim como perceber a importância das etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, juntamente com as representações semióticas de tratamento e conversão.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

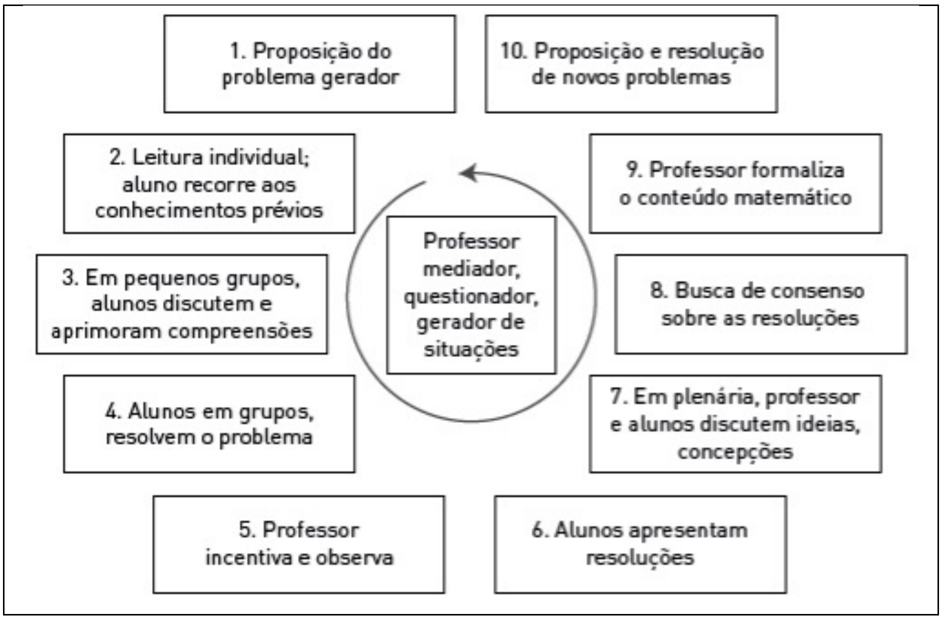
A resolução de problemas para o ensino da matemática é uma indicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). A (BNCC) é um documento normativo que estabelece as aprendizagens essenciais que os alunos devem alcançar ao longo da Educação Básica. Ela destaca a importância da resolução de problemas que é fundamental para o ensino da matemática, e que deve ser associada às situações diversas do mundo real e do contexto escolar, em que possa ser aplicado conceitos e procedimentos nas diversas situações. E ainda traz a formulação ou elaboração de problemas que está associada a "reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo" (Brasil, 2018, p. 266). Nesse sentido, apresentamos a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação são ideias defendidas pelas autoras Onuchic e Allevato (2021). Elas afirmam que:

> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem por objetivo expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (Onuchic e Allevato, 2021, p. 47).

Para as autoras, nessa metodologia o aluno é o protagonista da sua própria aprendizagem, e o professor deve ter uma postura de guia e mediador entre o conhecimento matemático esperado na atividade proposta e o conhecimento que os alunos já sabem, questionando, orientando e criando situações de aprendizagens, aproximando os alunos da linguagem matemática e as suas compreensões. A metodologia é composta por uma sequência didática de 10 etapas, que se inicia com um problema gerador e tem o seu fechamento na elaboração de um novo problema ou extensão do problema gerador resolvido. A seguir, as 10 etapas da metodologia.

Figura 1: As Etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação.



Fonte: Onuchic, Allevato, 2021, p. 51.

Vamos conhecer melhor cada etapa da metodologia.

1- *Proposição do problema gerador*: o professor ou o aluno podem propor um problema. É importante que o conteúdo envolvido ainda não tenha sido trabalhado em sala de aula.

2- *Leitura individual, aluno recorre aos conhecimentos prévios*: inicia com uma leitura individual do problema, sem a intervenção do professor para que o aluno possa recorrer aos seus conhecimentos que dispõe.

3- *Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões*: nessa etapa, o professor ajunta os alunos em pequenos grupos para que eles discutam o problema a partir dos conhecimentos prévios individuais. A ideia aqui é criar um ambiente colaborativo coletivo e é a oportunidade para ressignificarem os conhecimentos individuais. A partir dessa etapa, o professor começa a assumir o seu papel de mediador e questionador das ideias e conhecimentos dos alunos, tirando dúvidas, questionando com perguntas, ajudando na aproximação da escrita matemática e aprimorando a compreensão dos alunos sobre o conteúdo envolvido.

4- *Alunos em grupo, resolvem o problema*: após a discussão, o grupo de alunos em um processo colaborativo resolvem o problema.

5- *Professor incentiva e observa*: nessa metodologia, o professor deve assumir um papel de mediador entre o conhecimento e o conhecimento que os alunos já sabem, para conduzi-los a uma situação desejada, deve ajudar os alunos a melhorarem os registros na linguagem matemática e a sua compreensão.

6- *Alunos apresentam resoluções*: Após a resolução, um aluno ou o grupo expõe na lousa a resolução encontrada, independentemente de estar certo ou errado. A ideia é que cada grupo apresente a solução para ser discutida na plenária.

7- *Em plenária, professor e alunos discutem ideias e concepções*: Esse é um momento muito importante, porque o professor e os alunos discutem as soluções encontradas e as compreensões dos alunos sobre o problema, individual e em grupo.

8- *Busca de consenso sobre as resoluções*: Nessa etapa o professor, após as discussões sobre as soluções apresentadas, busca um consenso sobre aquilo que o problema trata e às soluções propostas pelos alunos.

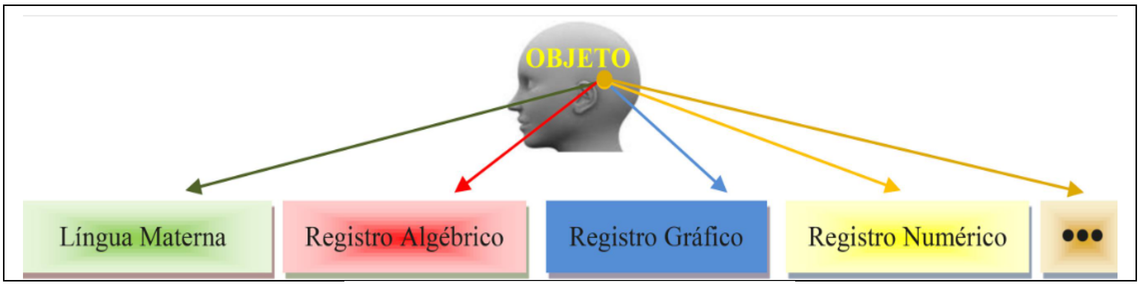
9- *Professor formaliza o conteúdo matemático*: Nessa metodologia, depois que o problema fez sentido para os alunos, é o momento que o professor formaliza o conteúdo que é tratado, traz os conceitos, os procedimentos operatórios e a linguagem matemática adequada. É nessa etapa que o professor apresenta a sua solução do problema.

10- *Proposição e resolução de novos problemas*: A partir do problema gerador resolvido, os alunos criam um problema ou uma extensão dele. O grupo resolve o problema ou o professor passa para outros grupos resolverem. É a oportunidade para os alunos colocarem em prática tudo aquilo que aprenderam e desenvolveram. Essa etapa é o fechamento de todo o processo da metodologia. A seguir, as representações semióticas de tratamento e conversão de Duval.

As representações semióticas de tratamento e conversão (Duval, 2009), expressam o pensamento por meio de símbolos e signos. O autor afirma “[ ] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto da sua representação" (Duval, 2009, p. 14). Para o autor, um mesmo objeto pode ser representado de várias maneiras e essas representações são um meio de comunicação e necessárias para a aprendizagem matemática. Esse processo se inicia a partir das representações mentais, ou seja, as imagens que o aluno cria mentalmente que estão associadas à situação proposta e depois faz as representações por meio de símbolos, expressões numéricas, geométricas e outras. “Se chamamos de semioses a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e noésis os atos cognitivos como apreensão conceitual de um objeto [ ]”

(Duval, 2009, p. 15). Para explicar melhor como ocorre esse processo, a figura a seguir ilustra essas representações.

Figura 2: Possíveis registros de uma representação de um objeto matemático.



Fonte: Henriques, Almouloud, 2016, p. 2.

A figura acima mostra como ocorre o processo das representações e seus registros. O objeto são as apreensões mentais, noésis e os registros são as representações semióticas. Nessas representações semióticas, vamos tratar das transformações de tratamento e conversão.

As representações de tratamento, são aquelas transformações que se efetuam no interior de um mesmo registro, e as regras de funcionamento permanecem as mesmas. Nas representações de conversão, as regras de funcionamento não permanecem, passam de um registro para outro. De acordo com Duval (2009), o aluno encontra mais dificuldades na representação de conversão, ou seja, não tem nada de evidente, ou seja, quando se muda de um registro para outro, mudam os conceitos e os procedimentos de construção. O autor afirma que se o aluno realizou apenas um registro, a sua aprendizagem ficou incompleta. Para minimizar as observações do autor, apresentamos as construções simultâneas proporcionadas pelas interações do Geogebra.

O GeoGebra é um *software* livre de geometria dinâmica que será utilizado como um ambiente digital para a resolução de problemas, principalmente para as construções das representações de tratamento e conversão de modo simultâneo. A representação de tratamento se dá quando utiliza a janela de álgebra ou a janela geométrica para construir os registros, e a representação de conversão é justamente quando ocorre a mudança dos registros, visto que as regras de funcionamento são diferentes. Conforme Santos (2023), afirma sobre os ganhos de aprendizagens ao usar o GeoGebra, proporcionadas pelas interações nas construções algébricas e nas figuras geométricas, e mesmo que o professor e os alunos que não tiverem afinidades com a manipulação das ferramentas do *software* não é motivo para não o usar, e sim oportunidade de aprendizagem.

3. ATIVIDADES PROPOSTAS

Para esse minicurso discutiremos uma atividade relacionada a semelhança de triângulos, levando em consideração o referencial teórico apresentado, a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, as representações semióticas de tratamento e conversão observadas através do GeoGebra. Para isso iremos organizar o minicurso em quatro momentos, descritos a seguir.

1º Momento: As primeiras aproximações com as ferramentas do GeoGebra.

2º Momento: Resolução do problema.

3º Momento: Discussão sobre o desenvolvimento das 10 etapas aplicadas na resolução do problema e as construções das representações de tratamento e conversão realizadas no GeoGebra.

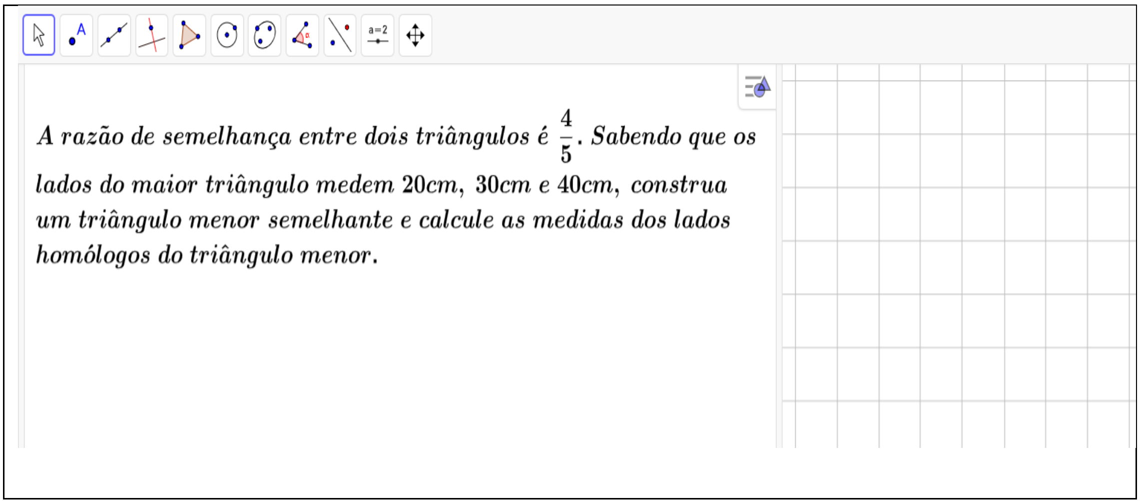
4º Momento: Fechamento e considerações finais do minicurso.

No 1º momento, apresentaremos o ambiente digital do *software* GeoGebra e algumas ferramentas para a resolução de problemas para interação dos participantes. Dentre essas ferramentas será mostrado a ferramenta passo de construção que possibilita ao professor verificar o passo utilizado pelo aluno, diferentemente das construções realizadas no caderno que aparece como um produto pronto acabado. Após essa interação, passaremos para a resolução do problema.

Para o 2º momento, os participantes deveram clicar no *link* https://www.geogebra.org/classic/hrpuwaja para ter acesso ao problema a ser resolvido na plataforma do GeoGebra. Será utilizado as 10 etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, que se inicia com uma leitura individual do problema e perpassa por todas as etapas.

Será evidenciado o objetivo de cada etapa para a aprendizagem individual e colaborativa dos participantes, e culminado na proposição e resolução de um novo problema elaborado pelos participantes a partir do problema gerador resolvido. Durante a resolução, serão evidenciadas as representações semióticas de tratamento e conversão nos registros algébricos e geométricos. A figura a seguir, mostra a disposição do problema na plataforma.

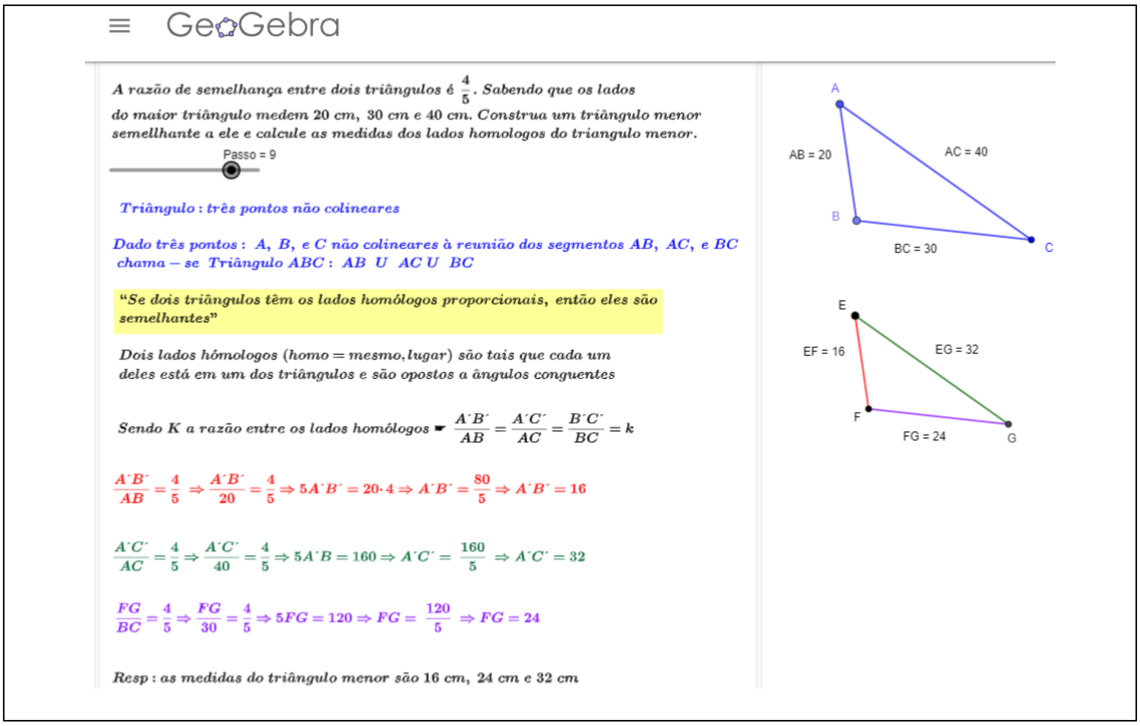
Figura 3: Apresentação do problema na plataforma do GeoGebra.



Fonte: Arquivo do formador em https://www.geogebra.org/classic/hrpuwaja.

A figura acima ilustra o problema na plataforma em duas janelas, uma será usada para a construção algébrica e a outra para a construção geométrica. Após o acesso à plataforma, os participantes em grupo resolvem o problema e dar-se sequência nas etapas da metodologia de ensino. A figura 4 a seguir, ilustra a etapa 9, cujo propósito é a formalização dos conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema, discutidos nas etapas da plenária e consenso, e como ocorrem as representações de tratamento e conversão de maneira simultânea proporcionada pelo GeoGebra.

Figura 4: Resolução do problema, adaptado.



Fonte: Arquivo do formador em https://www.geogebra.org/m/vc8u7fz8.

Como vimos, essa apresentação é uma possível resolução, sendo o momento oportuno para formalizar o conteúdo matemático e que deve ocorrer justamente após as discussões acerca das soluções encontradas pelos alunos. De acordo com Onuchic e Allevato (2021, p. 47), "Essa metodologia apresenta o problema não só como ponto de partida, mas também como indicador para novas orientações de conceitos e conteúdos matemáticos", ou seja, os participantes juntamente com a mediação do formador vão construindo os conceitos e buscando quais procedimentos podem ser adotados (Bairral, 2003). Após essa etapa, será desenvolvida a etapa 10, que é a proposição e resolução de novos problemas.

A proposição de novos problemas ou criar uma extensão pode ocorrer a partir de um problema gerador resolvido, e para isso, o participante deverá acessar o *link* em https://www.geogebra.org/classic/pz8py8ce, ilustrado na figura a seguir.

Figura 5: Ilustração do problema para proposição.

Fonte: Arquivo do formador em https://www.geogebra.org/classic/pz8py8ce.

A partir da imagem, elaborar um problema e resolvê-lo, utilizando a própria plataforma do GeoGebra. Será apresentado aos participantes o recurso de clareamento da imagem para a visualização da malha quadriculado como pano de fundo. Esse recurso será utilizado para facilitar a visualização da relação de proporção da semelhança dos triângulos construídos nas diversas formas presentes na figura. Espera-se que os participantes utilizem os conceitos e procedimentos usados no problema gerador resolvido, e percebam que a semelhança de triângulos é uma relação de proporção e paralelismo nas construções dos triângulos. A seguir, alguns critérios que serão utilizados para analisar os problemas elaborados pelos participantes.

Quadro 1: Critérios de análise para a elaboração dos problemas.

- O problema é adequado à imagem e ao conteúdo determinado? - O enunciado do problema tem clareza? - O problema tem uma pergunta? - Os dados do problema respeitam minimamente as proporções do espaço da figura? - A solução encontrada é adequada à pergunta e a imagem? - Foi evidenciado as representações de tratamento e conversão?

Fonte: Adaptado de Santos 2023, p. 107.

O quadro acima tem o objetivo de mostrar para os participantes a necessidade de criar alguns critérios para analisar os problemas elaborados. Esses critérios serão socializados após a realização da atividade. E assim, se dá o fechamento da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas.

No 4º Momento será proposto uma discussão sobre o uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação envolvendo a semelhança de triângulos, sobre o que os participantes viram de vantagens e desvantagens no uso do GeoGebra*,* principalmente para as construções e visualizações das representações semióticas de tratamento e conversão.

3.1 Materiais e Equipamentos

Para a execução deste minicurso serão necessários:

- 6 computadores ou notebook com internet, 1 para cada grupo de 4 participantes;
- 20 folhas de papel sulfite;
- 1 datashow, lousa, caneta para lousa branca ou giz.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que os participantes desse minicurso percebam que o ensino da matemática utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação pode criar condições para que o aluno seja protagonista da sua própria aprendizagem, e que o professor deve ter uma postura de mediador entre o conhecimento matemático e o conhecimento que aluno já sabe. A aplicação das 10 etapas da metodologia na resolução dos problemas, contribua para criar um clima de colaboração entre os alunos e com professor.

É necessário que o professor conduza os alunos nas construções das representações semióticas de tratamento e conversão do mesmo objeto. Duval (2009) afirma que se o aluno realizar apenas uma representação de um objeto, a sua aprendizagem ficou incompleta. Compreendam que a representação de conversão não tem nada de evidente para o aluno, pois as regras de funcionamento não permanecem. Reconheçam que o uso do GeoGebra pode diminuir essas dificuldades utilizando as construções algébricas e geométricas de modo simultâneo.

Enfim, compreendam que a integração da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, juntamente com as representações semióticas de tratamento e conversão com as interações proporcionadas pelo *software* GeoGebra*,* associadas com a ação mediadora do professor possa favorecer aos participantes explorar, visualizar, interagir na aprendizagem do conteúdo de semelhança de triângulos.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. Conceitos, procedimentos e atitudes em Matemática. Belo Horizonte, **Presença Pedagógica**, v.9, n.50, p.43-49, mar./abr. 2003.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, R. **Semioses e Pensamento Humano. Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira, Ed. Livraria da Física, São Paulo - São Paulo, 2009.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G: ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA: POR QUE ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS? RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS- Teoria e Prática, In ONUCHIC, L. L. R.; *eat al.* (Org). **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - Teoria e Prática**. 2ª ed.- Jundiaí-SP: Paco, 2021.

SANTOS, E. F. **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RAZÃO E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL**. 2023. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.