

## A INTERAÇÃO DE ASPECTOS ALGORÍTMICOS, INTUITIVOS E FORMAIS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DE ÂNGULOS INTERNOS DE TRIÂNGULOS.

Leonardo Sorelli Gomes.  
CEPIN – IFSP Guarulhos, SP, Brasil.  
[leonardo.sorelli@aluno.ifsp.edu.br](mailto:leonardo.sorelli@aluno.ifsp.edu.br)

William Vieira.  
CEPIN – IFSP Guarulhos, SP,  
Brasil.  
[wvieira@ifsp.edu.br](mailto:wvieira@ifsp.edu.br).

Roberto Seidi Imafuku.  
CEPIN – IFSP Guarulhos, SP,  
Brasil.  
[roberto.imafuku@ifsp.edu.br](mailto:roberto.imafuku@ifsp.edu.br).

Emanoel Fabiano Menezes Pereira.  
CEPIN – IFSP Guarulhos, SP,  
Brasil.  
[emanoel.pereira@ifsp.edu.br](mailto:emanoel.pereira@ifsp.edu.br).

### RESUMO

No presente trabalho, propõe-se avaliar a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais na resolução de uma questão sobre Geometria Plana. Para tanto, aplicamos um questionário avaliativo para duas turmas do 1º ano do Ensino Médio de uma instituição pública de ensino de Guarulhos. A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais é o referencial teórico adotado na investigação. A análise da resolução discutida neste artigo revelou como a não interação de aspectos algorítmicos e formais pode levar estudantes cometerem erros que não são esperados para ingressantes no Ensino Médio.

**Palavras chave:** Geometria Plana. Interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais. Educação Matemática.

### ABSTRACT

In the present work, it is proposed to evaluate the interaction of algorithmic, intuitive and formal aspects in solving a question about Plane Geometry. For that, we applied an evaluative questionnaire to two classes of the 1st year of high school in a public educational institution in Guarulhos. The interaction of algorithmic, intuitive and formal aspects is the theoretical framework adopted in the investigation. The resolution analysis discussed in this article revealed how the non-interaction of algorithmic and formal aspects can lead students to make mistakes that are not expected for high school freshmen.

**Keywords:** Fischbein's ideas. Mathematics education. Aspects. Quiz.

## 1. INTRODUÇÃO

No Ensino Médio, os alunos têm a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em geometria, especialmente em relação a conceitos como ângulos internos de um triângulo. Saber resolver questões envolvendo ângulos internos é essencial, pois isso permite que os alunos compreendam melhor as propriedades fundamentais dos triângulos e outras formas geométricas.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino dos conceitos básicos de geometria, incluindo ângulos internos, começa no 6º ano do Ensino Fundamental. Por este motivo, tomamos a decisão de aplicar um questionário para alunos ingressantes no Ensino Médio, para avaliar o conhecimento resultante dos estudos desses conceitos do Ensino Fundamental.

Em seu livro "Matemática Contexto e Aplicações: Geometria Analítica e Geometria Espacial", o autor Luiz Roberto Dante destaca a importância da geometria na educação e na vida cotidiana, segundo ele, "A geometria é um ramo da matemática que permite a representação e compreensão do mundo tridimensional que nos cerca, desenvolvendo habilidades espaciais essenciais para a vida em sociedade" (Dante, 2015, p. 10).

Em suma, entender e aplicar os conceitos de geometria, especialmente relacionados aos ângulos internos do triângulo, é parte importante para o sucesso acadêmico dos alunos. Compreender esses conceitos permite que os alunos analisem e resolvam problemas matemáticos de maneira mais eficaz, além de desenvolver habilidades valiosas relacionadas ao pensamento crítico e ao pensamento lógico, que são úteis em muitas áreas da vida.

Iremos agora utilizar objetos obtidos pela pesquisa, neste caso, a resposta produzida por um dos alunos, e então relacioná-la com as ideias de Fischbein (1994), que propõe uma teoria cognitiva sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Fischbein, os estudantes devem inter-relacionar três tipos diferentes de aspectos quando resolvem problemas matemáticos: aspectos formais, algorítmicos e intuitivos. Os aspectos formais se referem a um conhecimento matemático que é baseado nos axiomas, definições e teoremas, que dizem respeito à estrutura da Matemática enquanto ciência. Os aspectos algorítmicos, por outro lado, englobam as técnicas e procedimentos de resolução de problemas.

Por fim, os aspectos intuitivos dizem respeito a uma compreensão intuitiva, são conhecimentos que um sujeito pode ter, mas que não estão necessariamente amparados em justificativas formais.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

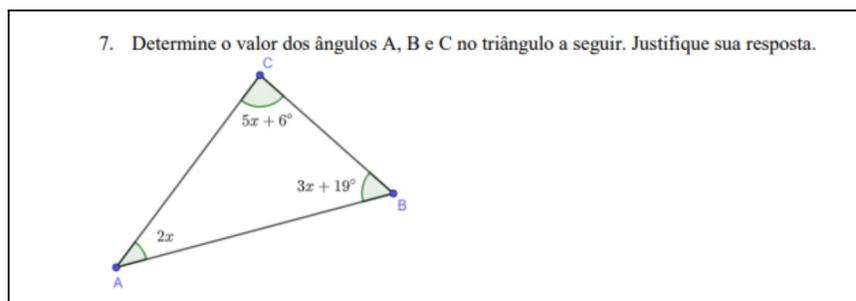
No mês de março de 2023, um questionário diagnóstico composto por onze questões que abrangiam diferentes conteúdos matemáticos foi aplicado aos 77 novos alunos do ensino médio técnico em uma instituição pública de ensino em São Paulo. O objetivo da pesquisa foi analisar as principais dificuldades e lacunas dos alunos relacionadas aos temas estudados nos anos finais do ensino fundamental. A aplicação do questionário ocorreu durante o horário das aulas, sem qualquer meio de consulta externa.

Os participantes e os responsáveis estavam cientes desta pesquisa por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), e do Termo de Assentimento. Na discussão dos resultados, os alunos serão identificados por pseudônimos.

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentamos a seguir a questão sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo proposta aos estudantes em nossa avaliação diagnóstica.

**Figura 1.** Questão proposta.



Fonte: Autores (2023)

Para resolver essa questão, espera-se que os participantes tenham conhecimentos formais relacionados à soma dos ângulos internos de um triângulo, além de conhecimentos sobre a resolução de equações do primeiro grau (aspectos algorítmicos).

De 77 participantes, 29% acertaram a questão, enquanto 71% apresentaram algum tipo de dificuldade sobre o tema abordado. A seguir, analisamos uma resolução considerada errada, segundo as ideias de Fischbein.

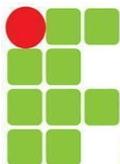


Figura 2. Resposta de Isabela para a questão.

7. Determine o valor dos ângulos A, B e C no triângulo a seguir. Justifique sua resposta.

$C = 5x + 6^\circ$   
 $x = \frac{6}{5} = 1,2$

$B = 3x + 19^\circ$   
 $x = \frac{19}{3} = 6,33\dots$

$A = 2x$   
 $x = \frac{2}{1} = 2$

Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando a resposta produzida por Isabela, podemos notar que ela não apresentou domínio de relações da geometria plana, como não ter sinalizado que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a  $180^\circ$ . Outra observação é a presença do aspecto intuitivo, de usar as expressões dos ângulos e igualá-las a 0.

Vale ressaltar que apresentar este aspecto nem sempre caracteriza um erro na resolução. O que é defendido por Fischbein é a presença de uma interação entre os 3 campos. Porém o que ocorreu nesta resolução foi uma intuição equivocada de que ao se deparar com expressões com a incógnita  $x$ , como  $2x$ ,  $3x + 19^\circ$  e  $5x + 6^\circ$ , a aluna prontamente se viu na condição de manipular a fim de encontrar o valor de  $x$ , isto é, de resolver uma equação do tipo  $ax + b = 0$ ,  $a \neq 0$ , mesmo sem a existência de equações desse tipo.

Com isso podemos constatar que a falta dessa interação dos 3 aspectos descritos por Fischbein inviabiliza que a estudante conclua a resolução do exercício de maneira satisfatória.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o propósito de examinar a conexão entre aspectos intuitivos, formais e algorítmicos, aplicando as teorias propostas por Fischbein (1994), este estudo se concentrou na análise da resposta de uma das alunas participantes da pesquisa em relação a uma questão que abordava os ângulos internos de um triângulo.

Neste estudo, as ideias de Fischbein se mostraram muito importantes na perspectiva de entendermos melhor as lacunas que a estudante demonstrou ao tentar resolver uma questão envolvendo ângulos internos de um triângulo.

De fato, a estudante revelou dificuldades nos aspectos formais relacionados à soma dos ângulos externos de um triângulo. Além disso, ao tentar resolver a questão, constatamos também a presença de obstáculos referente ao equacionamento, configurando erros de natureza conceitual.

Os obstáculos apresentados pela estudante poderiam, em um dado momento, ser discutidos em uma oficina organizada pelos autores deste artigo a fim de sanar as dúvidas da aluna.

Em um segundo momento, todos os erros nas 11 questões dos 77 estudantes serão armazenados em tabelas para serem rotuladas de acordo com as ideias de Fischbein, a fim de

mapear os erros mais comuns e, com isso, elaborar questões para trabalhar essas lacunas com atividades de reforço ofertadas aos estudantes na própria instituição de ensino.

## 6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

Fischbein, E. (1994). **The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity**. In R., Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994. p.328-375.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações: Geometria Analítica e Geometria Espacial**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015. p.10.